

제 2 교시

2017학년도 대학수학능력시험 모의평가 문제지

수학 영역(가형)

성명	
----	--

수험번호																			
------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(‘가’형 / ‘나’형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

어느 집 담장을 넘어 달겨드는 이것은, 치명적인 냄새

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형(‘가’형 / ‘나’형), 답을 정확히 표기하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2016년 10월 15일 시행 Epsilon 모의고사 2회 (가형)

출제, 검토 및 편집

성균관대학교 수학교육과 수학기초연구학회 Epsilon

11학번 : 양종현

12학번 : 황성문

13학번 : 김찬호 오인수 이강산

14학번 : 고정민 김민지 서재현 이다운 임현우

15학번 : 오민지 유정훈 이상민 최문영 최봉규

16학번 : 김대현 김동균 김민지 송세령 안성준 이준희 이희원

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(가형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (2, k)$ 에 대하여 벡터 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합이 10일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\theta = \frac{5}{6}\pi$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(48, \frac{1}{4}\right)$ 을 따를 때, $\sigma(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 좌표공간에서 점 $(3, 4, 1)$ 을 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 (a, b, c) 라고 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 두 사건 A, B 는 서로 배반사건이고

$$P(A) = 2P(B), \quad P(A \cap B^c) = \frac{1}{4}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

6. $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^5$ 의 전개식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수는? [3점]

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

7. $\sin(\alpha + \beta) = 5 \cos \alpha \sin \beta$ 이고 $\tan \beta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan \alpha$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 좌표공간에서 두 직선

$$l: \frac{1-x}{2} = y+5, z=2, \quad m: x+3 = \frac{y}{a} = \frac{z+2}{2}$$

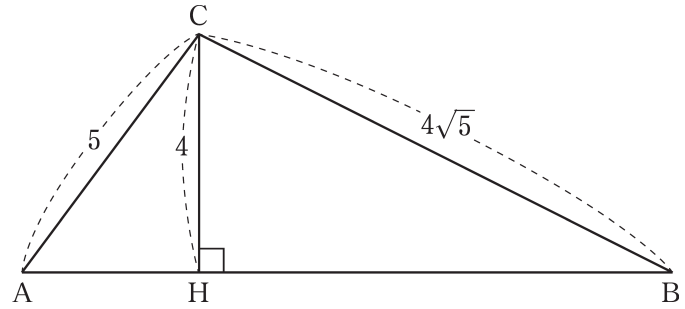
가 한 점에서 만날 때, a 의 값은? (단, a 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 500원짜리 동전 10개를 A, B, C 세 사람에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 모든 사람이 1000원 이상씩 가져가는 경우의 수는? [3점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

10. 그림과 같이 $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=4\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC에 대하여 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{CH}=4$ 일 때, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ 의 값은? (단, $\angle ACB > \frac{\pi}{2}$ 이다.) [3점]



- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

11. 좌표평면에서 곡선 $y=2\ln x+1$ 위의 점 $(e, 3)$ 에서의 접선과 x 축, y 축으로 둘러싸인 영역의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{e}{4}$ ② $\frac{e}{2}$ ③ $\frac{3e}{4}$ ④ e ⑤ $\frac{5e}{4}$

12. 부등식

$$\log_2(3x+a) \geq 3 + \log_2(x-2)$$

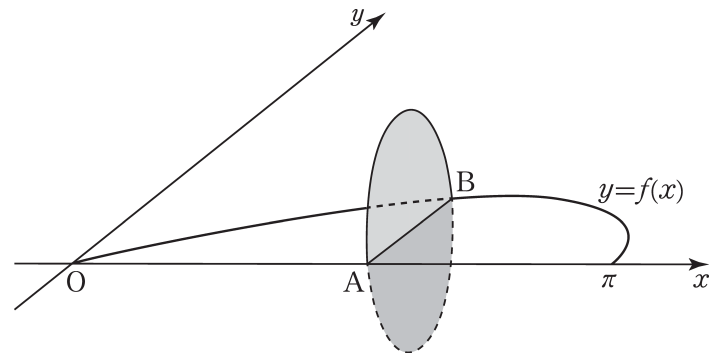
를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2가 되도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 어느 보디빌딩 동호회에서 단백질 보충제를 복용하는 회원의 비율을 알아보기 위하여 이 동호회 회원 중 n 명을 임의추출하여 조사한 결과 90%의 회원이 단백질 보충제를 복용하는 것으로 나타났다. 이 결과를 이용하여 구한 이 동호회 전체 회원 중에서 단백질 보충제를 복용하는 회원의 비율 p 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq p \leq b$ 이다. $b-a=0.0588$ 일 때, n 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96)=0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 340 ② 360 ③ 380 ④ 400 ⑤ 420

14. 그림과 같이 함수 $f(x)=\sqrt{x\sin x}$ ($0 \leq x \leq \pi$)에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $A(t, 0)$, $B(t, f(t))$ 를 이은 선분을 지름으로 하는 원을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 A 의 x 좌표가 $t=0$ 에서 $t=\pi$ 까지 변할 때, 이 원이 만드는 입체도형의 부피는? (단, $0 \leq t \leq \pi$) [4점]



- ① $\frac{1}{4}\pi^2$ ② $\frac{1}{2}\pi^2$ ③ $\frac{3}{4}\pi^2$ ④ π^2 ⑤ $\frac{5}{4}\pi^2$

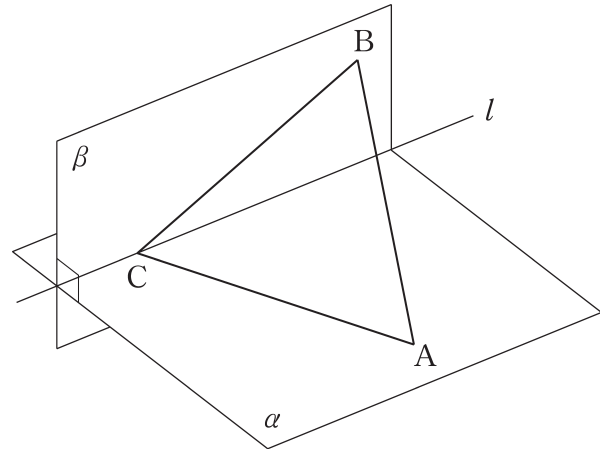
15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = t + \frac{1}{t} \\ y = 2\ln t \end{cases}$$

일 때, $1 \leq t \leq 2$ 에서 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

16. 그림과 같이 직선 l 을 교선으로 하고 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 두 평면 α, β 가 있고, 평면 α 위의 점 A, 평면 β 위의 점 B, 직선 l 위의 점 C가 있다. 세 점 A, B, C에 대하여 삼각형 ABC는 한 변의 길이가 8인 정삼각형이고 직선 AC와 직선 l 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta = \frac{3}{2}$ 을 만족시킨다. 삼각형 ABC의 평면 α 위로의 정사영의 넓이는? [4점]



- ① $6\sqrt{3}$ ② 12 ③ $12\sqrt{2}$ ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ 24

17. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(t), g(t)$ 대하여 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$\begin{cases} x=f(t) \\ y=g(t) \end{cases}$$

가 있다. 다음은 두 점 $P(t, -1), A(0, 1)$ 에 대하여 곡선 위의 점 $(f(t), g(t))$ 에서의 접선이 선분 AP 를 수직이등분할 때, 이 곡선이 포물선임을 구하는 과정이다. (단, $f'(t) \neq 0$ 이다.)

두 함수 $x=f(t), y=g(t)$ 의 양변을 t 에 대하여 미분하여 정리하면

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{g'(t)}{f'(t)}$$

이므로 점 $(f(t), g(t))$ 에서의 접선의 방정식을 구하면

$$y = \frac{g'(t)}{f'(t)}(x - f(t)) + g(t) \quad \text{.....㉠}$$

이다. 선분 AP 를 수직이등분하는 직선의 방정식은

$$y = \boxed{\text{가}} x - \frac{t^2}{4} \quad \text{.....㉡}$$

이고, ㉠과 ㉡은 같은 직선의 방정식이므로

$$\frac{g'(t)}{f'(t)} = \boxed{\text{가}}, \quad \text{.....㉢}$$

$$- \boxed{\text{가}} \times f(t) + g(t) = -\frac{t^2}{4} \quad \text{.....㉣}$$

이다. ㉣의 양변을 t 에 대하여 미분한 식에 ㉢을 대입하면

$$f(t) = t, \quad g(t) = \boxed{\text{나}}$$

이다. 그러므로 구하는 곡선은 $x=t, y = \boxed{\text{나}}$

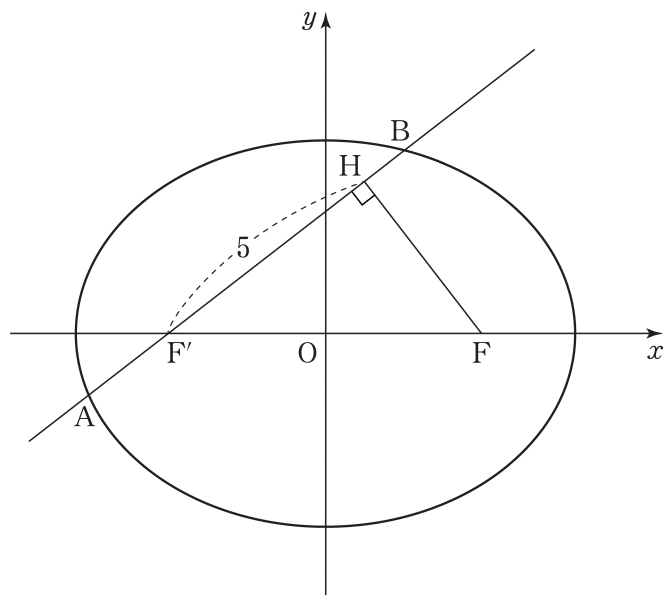
이므로 x 와 y 의 관계식을 통해 포물선임을 알 수 있다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $h_1(t), h_2(t)$ 라 할 때, $h_1(2)+h_2(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 인

타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 있다. 점 F' 을 지나고 기울기가 양수인 직선이 타원과 만나는 두 점을 각각 A, B 라 하고 점 F 에서 이 직선에 내린 수선의 발을 H 라 하자. $\overline{AF'} : \overline{BF'} = 1 : 3$, $\overline{AB} = \overline{AF}$, $\overline{HF'} = 5$ 일 때, $\overline{AF'} \times \overline{BF'}$ 의 값은? (단, a, b, c 는 양수이다.) [4점]



- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

19. 함수 $f(x)=e^{|x^2-4|}-1$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

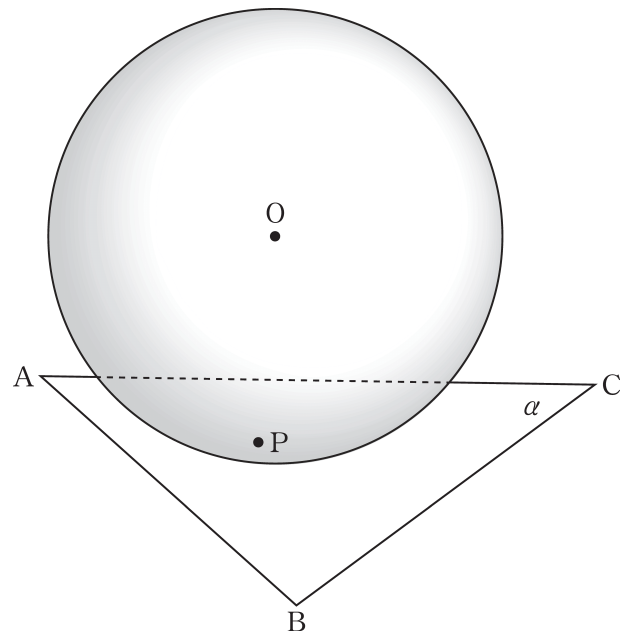
- ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 이다.
 ㄴ. 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 갖는다.
 ㄷ. 방정식 $f(x)=4x+8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이 중심이 O 인 구 위의 점 P 에서 구에 접하는 평면 α 에 대하여 평면 α 위의 세 점 A, B, C 는

$$\overline{AB}=\overline{AC}=2\sqrt{3}, \quad \overline{BC}=4, \quad \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=4\overrightarrow{AP}$$

- 를 만족시킨다. 평면 OBC 와 평면 α 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 이고, 구 위의 점 Q 에 대하여 직선 OA 와 직선 PQ 가 서로 수직일 때, $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{OQ}$ 의 최댓값은? [4점]



- ① $-\sqrt{2}$ ② 0 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

21. 연속확률변수 X 가 평균 m , 표준편차 σ 인 정규분포를

따를 때, X 의 확률밀도함수는 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 이다.

m 이 아닌 실수 t 에 대하여 곡선

$y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서 그은

접선의 방정식의 x 절편을 $g(t)$ 라 할 때,

함수 $|g(t)-m|$ 은 $t=4, t=8$ 에서

최솟값을 갖는다. $P(2 \leq X \leq 10)$ 의 값을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, m, σ 는 상수이다.) [4점]

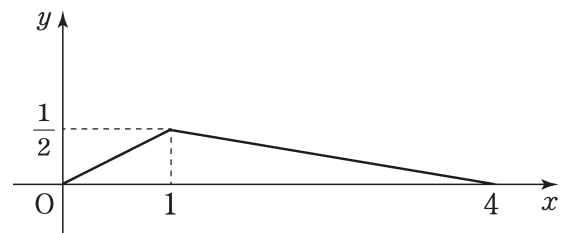
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.6826 ② 0.8185 ③ 0.8664 ④ 0.9544 ⑤ 0.9876

단답형

22. 함수 $f(x) = 5e^{2x-4}$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 연속확률변수 X 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 4$ 이고, X 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



확률 $P(1 \leq X \leq 2) = a$ 일 때, $12a$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 좌표평면에서 곡선 $y = x - 4\sin y$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 기울기를 $\frac{q}{p}$ 라고 할 때, $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

25. 남학생 4명과 여학생 3명으로 이루어진 엡실론 회원 중에서 임의로 2명을 뽑을 때, 뽑힌 학생 중에서 남학생의 수를 확률변수 X 라 하자. $E(7X)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 같은 종류의 사탕 7개를 민주, 재은, 다은, 정원에게 나누어 주려고 한다. 어떤 사람도 민주보다 많이 받지 않는다고 할 때, 사탕을 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오.
(단, 모든 사람은 적어도 1개의 사탕을 받는다.) [4점]

27. 상자 A에는 빨간 공 3개, 검은 공 1개, 흰 공 1개가 들어 있고, 상자 B는 비어 있다. '상자 A에서 임의로 1개의 공을 뽑아 상자 B에 넣고, 그 공이 검은 공일 때에만 상자 A에서 임의로 1개의 공을 더 꺼내어 버리는 시행'을 한 번만 한다. 뽑은 공이나 버린 공 중에 빨간 공이 있을 때, 상자 B에 검은 공이 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 한 변으로 하고,

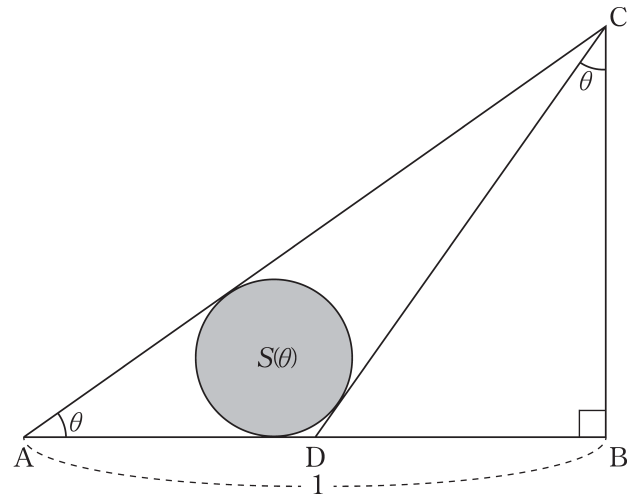
$\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $\angle CAB = \theta$ 인 직각삼각형 ABC에 대하여

선분 AB 위의 점 D를 $\angle BCD = \theta$ 가 되도록 잡는다.

삼각형 ACD에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 이다, $100a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

[4점]



29. 좌표공간에서 구 $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ 와

평면 $x + 2\sqrt{2}y + 4(z - 5) = 0$ 이 만나서 생기는 원을 C 라 하자.

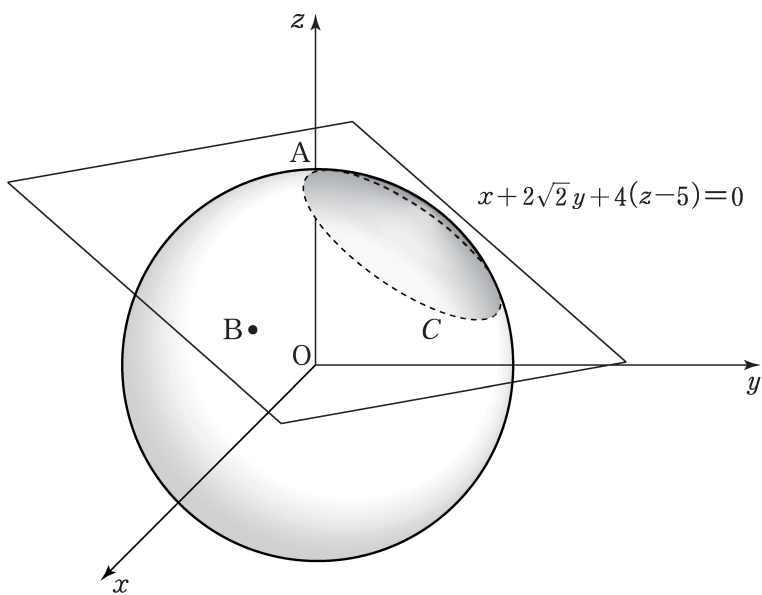
두 점 $A(0, 0, 5)$, $B(4, -\sqrt{2}, 1)$ 에 대하여 원 C 위의

서로 다른 두 점 P, Q 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PQ 와 z 축은 서로 수직이다.
- (나) 평면 APQ 와 평면 BPQ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta = \frac{3}{5}$ 이다.

삼각형 BPQ 의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 실수 전체의

집합에서 이계도함수가 존재하는 함수 $g(x) = \int_0^x |f(t)| dt$ 가

다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, $f(x) = a - a\cos(bx)$ 이다.
(단, a, b 는 양의 상수이다.)
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $(x - \pi)g''(x) \leq 0$ 이 성립한다.
- (다) $g(2\pi) - g(-2\pi) = 4\pi$

$\int_0^{4\pi} g(x) dx = k\pi^2$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]