

제 2 교시

성명

수험 번호

3

5. 확률변수 X 의 확률분포표가 다음과 같다.

X	1	3	7	계
$P(X=x)$	a	$\frac{1}{4}$	b	1

$E(X)=5$ 일 때, b 의 값은? (단, a 와 b 는 상수이다.) [3점]

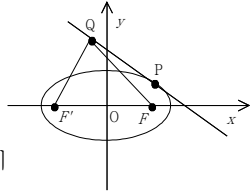
- ① $\frac{19}{36}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{7}{12}$
 ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{23}{36}$

6. 타원 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 에 대하여 초점을 F, F' 라 하고, 타원 위의 점

$P(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 에서 그은 접선을 l 이

라 하자. l 위의 임의의 점 Q 에 대하여 $\overline{QF} + \overline{QF'}$ 가 최소가 되는 점은 (α, β) 이고, 최소값은 γ 이다. 이때, $\alpha\beta\gamma$ 의 값은?

[3점]



- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $2\sqrt{3}$ ④ 4 ⑤ 5

7. $\frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta} = \sqrt{5}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{4}$

‘가’형

8. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{f(x)} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = 2$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(f(x))}{2x^2 - x - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 그림과 같이

$\overline{AB} = \overline{BF} = 1$, $\overline{AD} = 2$ 인

직육면체 $ABCD-EFGH$ 에서

대각선 AG 가 세 면 $ABCD$,

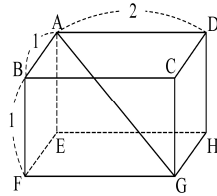
$BFGC$, $ABFE$ 와 이루는 각의

크기를 각각 α , β , γ 라고

할 때, $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2
 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



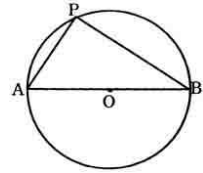
10. \overline{AB} 를 지름으로 하는 원

O 위의 한 점 P 에 대하여

$\overline{AB} = 10$, $\overline{BP} = 8$ 일때, 내적

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP}$ 의 값은? [3점]

- ① 28 ② 30
 ④ 34 ⑤ 36



③ 32

11. 사건 A 가 일어날 확률은 $\frac{3}{4}$ 이고, 사건 B 가 일어날 확률은

$\frac{2}{3}$ 이다. 두 사건 A, B 가 동시에 일어날 확률 p 의 최댓값을

M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{3}{4}$

③ $\frac{11}{12}$

④ $\frac{13}{12}$

⑤ $\frac{5}{4}$

12. 매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$x = \tan \theta, \quad y = \cos^2 \theta \quad \left(\text{단, } -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$$

에 대하여 이 곡선 위의 점 $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 에서의 접선의 기울기는?

[3점]

① -1

② $-\frac{1}{2}$

③ 0

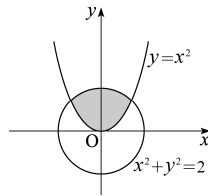
④ $\frac{1}{2}$

⑤ 1

‘가’형

13. 그림과 같이 좌표평면에서

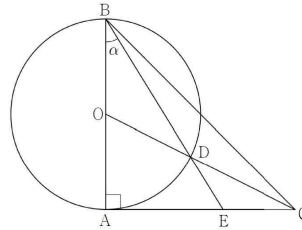
원 $x^2 + y^2 = 2$ 와 포물선 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 어두운 부분을 x 축 둘레로 회전하여 생기는 회전체의 부피는?



- ① $\frac{41}{15}\pi$ ② $\frac{44}{15}\pi$
 ③ $\frac{47}{15}\pi$ ④ $\frac{43}{13}\pi$ ⑤ $\frac{45}{13}\pi$

14. 그림과 같이 \overline{BC} 를 빗변으로 하는 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. \overline{AB} 의 중점을 O , \overline{AB} 를 지름으로 하는 원 O 와 \overline{OC} 와의 교점을 D , \overline{BD} 의 연장선과 \overline{AC} 의 교점을 E 라 하자. $\angle ABE = \alpha$ 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값은?

[4점]



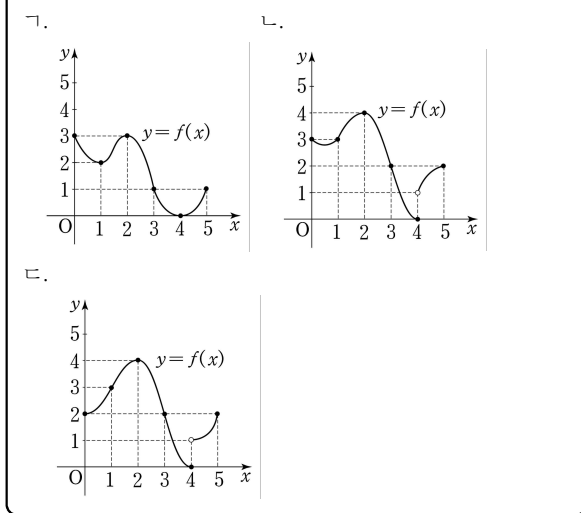
- ① $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
 ④ $\frac{-1+\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{-1+\sqrt{7}}{2}$

15. 폐구간 $[0, 5]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \leq x \leq 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \leq 5) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 폐구간 $[0, 5]$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $y=f(x)$ 의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

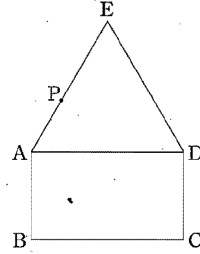
[보 기]



- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

16. 평면에서 그림과 같이 $\overline{AB}=1$ 이고 $\overline{BC}=\sqrt{3}$ 인

직사각형 $ABCD$ 와 정삼각형 EAD 가 있다. 점 P 가 선분 AE 위를 움직일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

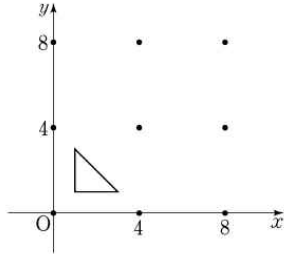


[보 기]

- ㄱ. $|\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 1이다.
 ㄴ. $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CP}$ 의 값은 일정하다.
 ㄷ. $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CP}|$ 의 최솟값은 $\frac{7}{2}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 좌표평면 위에 9개의 점 (i, j) ($i=0, 4, 8, j=0, 4, 8$)이 있다. 이 9개의 점 중 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형 중에서 내부에 세 점 $(1, 1), (3, 1), (1, 3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 포함하는 사각형의 개수는? [4점]



- ① 13 ② 15 ③ 17
④ 19 ⑤ 21

18. 어느 재래시장을 이용하는 고객의 집에서 시장까지의 거리는 평균이 $1740m$, 표준편차가 $500m$ 인 정규분포를 따른다고 한다. 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$ 이상인 고객 중에서 15%, $2000m$ 미만인 고객 중에서 5%는 자가용을 이용하여 시장에 온다고 한다. 자가용을 이용하여 시장에 온 고객 중에서 임의로 1명을 선택할 때, 이 고객의 집에서 시장까지의 거리가 $2000m$ 미만일 확률은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 0.52) = 0.2$ 로 계산한다.) [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

19. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X=x) = \frac{ax+2}{10} \quad (x=-1, 0, 1, 2)$$

일 때, 확률변수 $3X+2$ 의 분산 $V(3X+2)$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 9 ② 18 ③ 27
④ 36 ⑤ 45

20. 정의역이 $\{x \mid 0 \leq x \leq \pi\}$ 인 함수 $f(x) = 2x \cos x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점]

[보 기]

ㄱ. $f'(a) = 0$ 이면 $\tan a = \frac{1}{a}$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 가지는 a 가 구간 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$ 에 있다.

ㄷ. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 방정식 $f(x)=1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) $f(0)=1, f'(0)=1$
 (나) $0 < a < b < 2$ 이면 $f'(a) \leq f'(b)$ 이다.
 (다) 구간 $(0, 1)$ 에서 $f''(x)=e^x$ 이다.

- ① $\frac{1}{2}e-1$ ② $\frac{3}{2}e-1$ ③ $\frac{5}{2}e-1$
 ④ $\frac{7}{2}e-2$ ⑤ $\frac{9}{2}e-2$

단답형

22. 두 벡터 $\vec{a}=(1, -2)$, $\vec{b}=(-2, 2)$ 에 대하여 내적 $\vec{a} \cdot (\vec{a}-2\vec{b})$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $0 \leq x \leq \pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\cos 2x - 2\cos x = k$ 가 실근을 갖도록 하는 상수 k 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 좌표공간에서 직선 $\frac{x}{2} = y = z + 3$ 과 평면 $\alpha : x + 2y + 2z = 6$ 의 교점을 A 라 하자. 중심이 점 $(1, -1, 5)$ 이고 점 A 를 지나는 구가 평면 α 와 만나서 생기는 도형의 넓이는 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오. [3점]

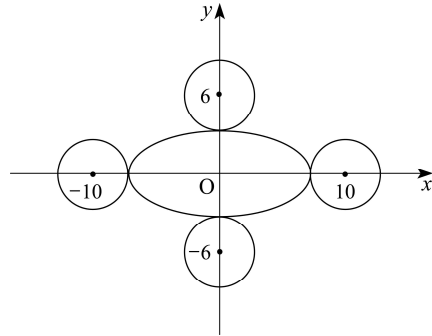
25. 다음은 확률변수 X 의 확률분포표이다.

X	k	$2k$	$4k$	계
$P(X = x)$	$\frac{4}{7}$	a	b	1

$\frac{4}{7}$, a , b 가 이 순서로 등비수열을 이루고 X 의 평균이 24일 때, k 의 값을 구하시오.[3점]

26. 그림과 같이 좌표평면에 중심의 좌표가 각각

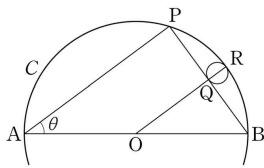
$(10, 0)$, $(-10, 0)$, $(0, 6)$, $(0, -6)$ 이고 반지름의 길이가 모두 같은 4개의 원에 동시에 접하고, 초점이 x 축 위에 있는 타원이 있다.



이 타원의 두 초점 사이의 거리가 $4\sqrt{10}$ 일 때, 장축의 길이를 구하시오.

(단, 네 원의 중심은 타원의 외부에 있다.) [4점]

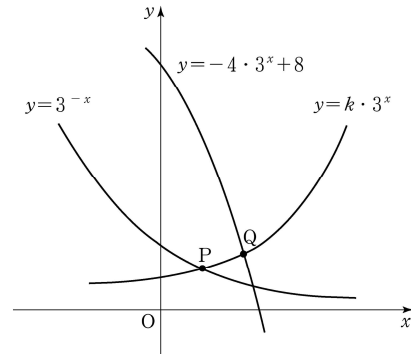
27. 중심이 O 이고, 두 점 A, B 를 지름의 양 끝으로 하며 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 그림과 같이 원 C 위의 점 P 에 대하여 점 O 를 지나고 직선 AP 와 평행한 직선이 선분 PB 와 만나는 점을 Q , 호 PB 와 만나는 점을 R 라 하자. $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 Q 와 점 R 를 지름의 양 끝으로 하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^4} = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{QR} < 1$ 이고, p 와 q 는 서로소인 정수이다.)



[4점]

28. 함수 $y = k3^x$ ($0 < k < 1$)의 그래프가 두 함수 $y = 3^{-x}$, $y = -4 \cdot 3^x + 8$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 점 P 와 점 Q 의 x 좌표의 비가 $1 : 2$ 일 때, $35k$ 의 값을 구하시오.

[4점]

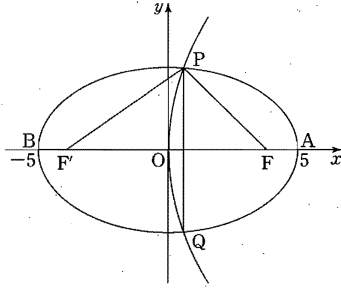


29. 좌표평면에서 두 점 $A(5, 0), B(-5, 0)$ 에 대하여

장축이 선분 AB 인 타원의 두 초점을 F, F' 이라 하자,
초점이 F 이고 꼭짓점이 원점인 포물선이 타원과 만나는
두 점을 각각 P, Q 라 하자. $PQ = 2\sqrt{10}$ 일 때, 두 선분
 PF 와 PF' 의 길이의 곱 $\overline{PF} \times \overline{PF'}$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다

$p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 서로 수직인 두 평면 α, β 의 교선을 l 이라

하자. 반지름의 길이가 6인 원판이 두 평면 α, β 와 각각 한 점에
서 만나고 교선 l 에 평행하게 놓여 있다. 태양광선이 평면 α 와
 30° 의 각을 이루면서 원판의 면에 수직으로 비출 때, 그림과 같이
평면 β 에 나타나는 원판의 그림자의 넓이를 S 라 하자. S 의 값을
 $a+b\sqrt{3}\pi$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 자연수이고 원판의 두께는 무시한다.) [4점]

