안녕맨의 손으로 만든 제 1회 2017 대수능 대비 기출 시험지

수리 영역 (나 형)

제 2 교시

성명		수험번호						3				

○ 자신이 선택한 유형('가' 형 / '나' 형)의 문제지인지 확인하시오.
○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 기입하시오.
○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호와 답을 정확히 표기하시오.
○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표기하시오.
○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

1. $\log_4 2 + \log_4 8$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

2. 다음 식을 성립하게 하는 상수 a, b의 곱 ab의 값은? [2점]

$$\lim_{x \to 1} \frac{x-1}{x^2+ax+b} = \frac{1}{3}$$

① -3 ② -2 ③ 1
④ 2 ⑤ 3

3. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$에 대하여 $(f \circ f)(10)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{9}{10}$ ③ $\frac{10}{9}$
④ 9 ⑤ 10

4. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A) = \frac{9}{16},\ \mathrm{P}(B) = \frac{1}{4},\ \mathrm{P}(A \cup B) = \frac{3}{4}$$

일 때, $\mathrm{P}(B|A)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

5. 연립부등식 $x>0$, $y+x\geq 0$, $y-2x\leq 0$이 나타내는 좌표평면 위의 영역을 D라 하자. D에 속하는 두 점 P$(a,\ b)$, Q$(c,\ d)$에 대하여 $\dfrac{b+d}{a+c}$의 최대값과 최소값의 차는?[3점]

① $\dfrac{2}{3}$ ② $\dfrac{4}{3}$ ③ 2
④ 3 ⑤ $\dfrac{10}{3}$

6. 수열 $\{a_n\}$이

$$\sqrt{17}-4=\frac{1}{8+a_1}=\frac{1}{8+\dfrac{1}{8+a_2}}=\frac{1}{8+\dfrac{1}{8+\dfrac{1}{8+a_3}}}=\cdots$$

을 만족시킬 때, a_{2002}의 값은?[3점]

① $\sqrt{17}-4$ ② $3-\sqrt{17}$ ③ $5-\sqrt{17}$
④ $\sqrt{17}$ ⑤ $\sqrt{17}+4$

7. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?[3점]

[보 기]

ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=10!$
ㄴ. $\log_2(2^1\times 2^2\times 2^3\times\cdots\times 2^{10})^2=55^2$
ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})=55$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. A와 B 두 팀이 축구 경기에서 연장전까지 0 : 0으로 승부를 가리지 못하여 승부차기를 하였다. 각 팀당 5명의 선수가 A팀부터 시작하여 1명씩 교대로 승부차기를 할 때, B팀이 5 : 4로 이길 확률은? (단, 각 선수의 승부차기는 독립시행이고 성공할 확률은 0.8이다.)[3점]

① 0.2×0.8^8 ② 0.8^8 ③ 0.2×0.8^9
④ 0.8^9 ⑤ 0.8^{10}

9. 어느 양식장의 물고기의 무게는 평균 800 g, 표준편차 50 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 양식장에서 임의로 선택한 물고기 한 마리의 무게가 830 g 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

① 0.2257 ② 0.2743 ③ 0.3085
④ 0.3446 ⑤ 0.3821

10. $F'(x) = f(x)$인 이차함수 $y = f(x)$와 임의의 두 실수 a, c에 대하여 서로 다른 두 점 $A(a,\ F(a))$, $B(a+c,\ \ F(a+c))$를 지나는 직선의 기울기와 같은 값을 갖는 것은? [3점]

① $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{2n}\right)\frac{c}{n}$ ② $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+\frac{ck}{n}\right)\frac{1}{n}$

③ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} f\left(a+c+\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}$ ④ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(c+\frac{ak}{n}\right)\frac{1}{2n}$

⑤ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=0}^{n-1} f\left(a+\frac{k}{n}\right)\frac{2}{n}$

11. 같은 종류의 구슬 다섯 개를 서로 다른 세 개의 주머니에 나누어 넣으려고 한다. 각 주머니 안의 구슬이 세 개 이하가 되도록 넣는 방법의 수는? (단, 구슬끼리는 서로 구별하지 않고 빈 주머니가 있을 수도 있다.) [3점]

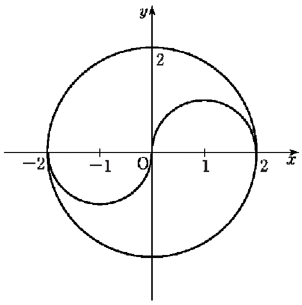
① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이 $S_n = 2n + \frac{1}{2^n}$일 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [3점]

① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$

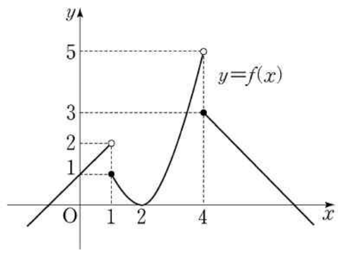
④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 0

13. 그림과 같이 좌표평면 위에 원과 반원으로 이루어진 태극문양이 있다. 태극문양과 직선 $y=a(x-1)$이 서로 다른 다섯 점에서 만나게 되는 a의 범위는? [3점]



① $0<a<\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $0<a<\frac{2}{3}$
④ $0<a<\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $0<a<\frac{\sqrt{6}}{3}$

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{t\to\infty} f\left(\frac{t-1}{t+1}\right)+\lim_{t\to-\infty} f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 집합 $A(k)$를 자연수 k를 거듭제곱한 수들의 일의 자리의 수 전체의 집합이라 하자. 예를 들면, $k=2$인 경우에 $2^1=2,\ 2^2=4,\ 2^3=8,\ 2^4=16,\ 2^5=32,\ \cdots$이므로 $A(2)=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$이다.
<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. $1 \in A(3)$
ㄴ. $A(6) \subset A(3)$
ㄷ. $A(3^n)=A(3)$인 자연수 n이 존재한다. (단, $n>1$)

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

16. 중심도시에서 상품을 구매하는 주변도시의 전체 구매량은 다음과 같은 법칙을 따른다고 하자.
"각 주변도시 B, C의 시민들이 중심도시 A시에서 상품을 구매할 때, 각 도시의 전체 구매량은 그 도시의 인구수에 비례하고 A시와의 거리의 제곱에 반비례한다."
위 법칙과 아래 표에 의거하여 신도시 C시를 건설하려고 한다.

구분 / 도시	인구 (단위 : 명)	A시로부터의 거리 (단위 : km)
B시	500000	20
C시	x	10

A시에서 구매하는 C시의 전체의 구매량이 B시의 전체 구매량의 절반이 되게 하려면 C시의 인구 x를 얼마로 예상해야 하는가? [4점]

① 42500 ② 52500 ③ 62500
④ 72500 ⑤ 82500

17. 실수 x 보다 작지 않은 최소의 정수를 $\langle x \rangle$ 로 나타내기로 하자. 예를 들어 $\langle 2 \rangle = 2$, $\langle 2.2 \rangle = 3$ 이다. 세 함수

$$f(x) = \langle x \rangle,\ g(x) = x^2\ ,\ h(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

에 대하여 <보기>의 합성함수 중에서 $x = 0$ 에서 연속인 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

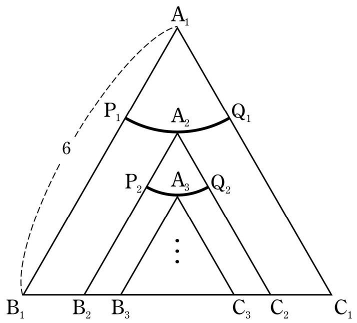
ㄱ. $(f \circ g)(x)$　　ㄴ. $(f \circ h)(x)$　　ㄷ. $(h \circ f)(x)$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 $A_1B_1C_1$이 있다. 꼭짓점 A_1을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_1B_1}$인 원이 삼각형 $A_1B_1C_1$과 만나는 점을 각각 P_1, Q_1이라 하고 삼각형 $A_1B_1C_1$의 내부에 있는 호 P_1Q_1을 이등분하는 점을 A_2라 하자. 점 A_2를 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_2, C_2가 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_2B_2C_2$를 그린다.

꼭짓점 A_2를 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}\overline{A_2B_2}$인 원이 삼각형 $A_2B_2C_2$와 만나는 점을 각각 P_2, Q_2라 하고 삼각형 $A_2B_2C_2$의 내부에 있는 호 P_2Q_2를 이등분하는 점을 A_3이라 하자. 점 A_3을 꼭짓점으로 하고 나머지 두 꼭짓점 B_3, C_3이 변 B_1C_1 위에 있는 정삼각형 $A_3B_3C_3$을 그린다.

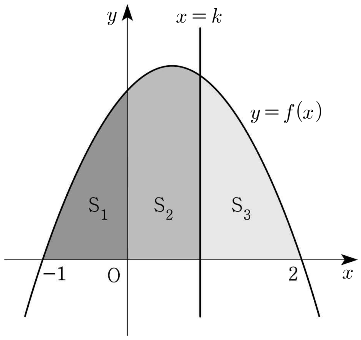
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 호 P_nQ_n의 길이를 l_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$의 값은? [4점]



① $\sqrt{3}\pi$　② $\frac{3\sqrt{3}}{2}\pi$　③ $2\sqrt{3}\pi$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{2}\pi$　⑤ $3\sqrt{3}\pi$

① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$　② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$　③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$
④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$　⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

19. 함수 $f(x)=-x^2+x+2$에 대하여 그림과 같이 곡선 $y=f(x)$와 x축으로 둘러싸인 부분을 y축과 직선 $x=k$ $(0<k<2)$로 나눈 세 부분의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3이라 하자. S_1, S_2, S_3이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, S_2의 값은? [4점]



① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

20. 삼차함수 $f(x)=3x^3+4x^2-2x-1$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n}f\left(-1+\frac{2k}{n}\right)$$

의 값은? [4점]

① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

21. 아래 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 n 개의 항

$$\left[\frac{n}{1}\right],\ \left[\frac{n}{2}\right],\ \left[\frac{n}{3}\right],\ \cdots,\ \left[\frac{n}{n}\right]$$

이 n 행에 1열부터 n 열까지 차례로 나열되어 있다.
(단, $[x]$는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

	1열	2열	3열	4열	5열	⋯	n 열	⋯
1행	1							
2행	2	1						
3행	3	1	1					
4행	4	2	1	1				
5행	5	2	1	1	1			
⋮			⋮					
n 행	$\left[\frac{n}{1}\right]$	$\left[\frac{n}{2}\right]$	$\left[\frac{n}{3}\right]$		⋯		$\left[\frac{n}{n}\right]$	
⋮			⋮					

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

[보 기]

ㄱ. n행에서 그 값이 1인 항은 $\left[\frac{n+1}{2}\right]$개이다.

ㄴ. 100행에서 그 값이 3인 항은 8개이다.

ㄷ. 3열에서 그 값이 5인 항은 5개이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

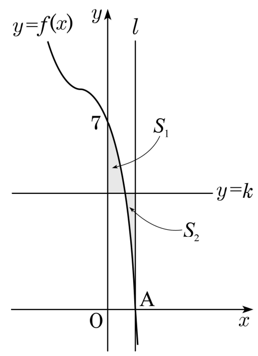
22. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{7}\right)$을 따르고, X의 평균이 3일 때, n의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+4}+2x}{x^{2n}+1}$일 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)+f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

24. $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$일 때, $\{2,\ 3\}\cap A \neq \varnothing$를 만족시키는 U의 부분집합 A의 개수를 구하시오. [3점]

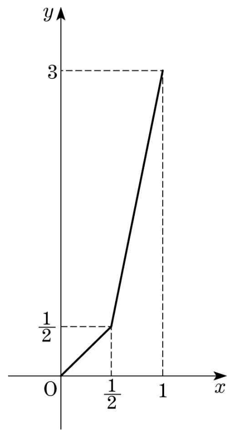
25. 무한급수 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1+(-1)^n}{3}\right\}^n$ 의 합을 S라고 할 때, $20S$의 값을 구하시오. [3점]

26. 그림과 같이 삼차함수 $f(x)=-(x+1)^3+8$의 그래프가 x축과 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 x축에 수직인 직선을 l이라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 $y=k\ (0<k<7)$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하고, 곡선 $y=f(x)$와 직선 l 및 직선 $y=k$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. 이때, $S_1=S_2$가 되도록 하는 상수 k에 대하여 $4k$의 값을 구하시오. [4점]



27. 어떤 행사에서 20종류의 스티커를 모으면 경품을 받을 수 있다고 한다. 갑은 네 종류, 을과 병은 각각 다섯 종류의 스티커를 모았다. 두 사람씩 비교하였을 때 각각 세 종류의 스티커가 공통으로 있었고, 세 사람을 함께 비교하였을 때는 두 종류의 스티커가 공통으로 있었다. 갑, 을, 병의 스티커를 모아서 경품을 받으려고 할 때, 최소로 더 필요한 스티커의 종류의 수를 구하시오. [4점]

28. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 1$이고 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다. 확률변수 X의 평균이 $\mathrm{E}(X) = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 1, 2, 3, 4, 5의 숫자가 하나씩 적힌 5개의 공을 3개의 상자 A, B, C에 넣으려고 한다. 어느 상자에도 넣어진 공에 적힌 수의 합이 13 이상이 되는 경우가 없도록 공을 상자에 넣는 방법의 수를 구하시오. (단, 빈 상자의 경우에는 넣어진 공에 적힌 수의 합을 0으로 한다.)[4점]

30. 동전의 앞면과 뒷면은 다음과 같다.

앞　　　뒤

동전 $4n$개 (n은 자연수)가 앞면이 보이도록 일렬로 나열되어 있다. 이웃한 동전 한 쌍을 뒤집는 시행을 반복하여 <그림>과 같이 앞면과 뒷면이 앞면부터 교대로 나열되도록 만들려고 한다.

<그림>

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \left(\begin{array}{l} \text{앞면이 보이도록 나열된 } 4n\text{개의 동전을 <그림>} \\ \text{처럼 만드는데 필요한 최소의 시행 횟수} \end{array} \right)$$

이다. 예를 들어, 앞면이 보이도록 나열된 4개의 동전을

와 같이 두 번의 시행으로 <그림>처럼 만들 수 있으므로 $a_1 = 2$이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오. [4점]