## 1회수학 나형 정답

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ④ | 2 | ② | 3 | ⑤ | 4 | ① | 5 | ④ |
| 6 | ① | 7 | ① | 8 | ④ | 9 | ② | 10 | ② |
| 11 | ③ | 12 | ① | 13 | ② | 14 | ③ | 15 | ⑤ |
| 16 | ③ | 17 | ⑤ | 18 | ① | 19 | ④ | 20 | ⑤ |
| 21 | ④ | 22 | 21 | 23 | 17 | 24 | 24 | 25 | 16 |
| 26 | 17 | 27 | 13 | 28 | 7 | 29 | 228 | 30 | 420 |

## 해 설

**1. [출제의도] 로그 계산을 할 수 있는가를 묻는 문제이다.**

$\log_4 2 + \log_4 8 = \log_4 16 = 2$

2. 정답 ②

$\lim\limits_{x\to1}(x-1)=0$이므로

$\lim\limits_{x\to1}(x^2+ax+b)=1+a+b=0$

$\therefore\ b=-1-a\ \cdots$ ㉠

이 때, ㉠을 주어진 식에 대입하면

$$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax+b}=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{x^2+ax-(1+a)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{x-1}{(x-1)(x+1+a)}$$

$$=\lim_{x\to1}\frac{1}{(x+1+a)}=\frac{1}{a+2}=\frac{1}{3}$$

$\therefore\ a=1$

한편, ㉠에서 $b=-2\ \therefore\ ab=-2$

**3. 정답 ⑤**

$f(10)=\frac{10+1}{10-1}=\frac{11}{9}$이므로

$(f\circ f)(10)=f(f(10))=f\left(\frac{11}{9}\right)$

$$=\frac{\frac{11}{9}+1}{\frac{11}{9}-1}=\frac{\frac{20}{9}}{\frac{2}{9}}=10$$

**4. [출제의도] 확률의 덧셈정리를 이용하여 조건부확률을 계산한다.**

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$ 이므로

$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cup B)$

$=\frac{9}{16}+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}=\frac{1}{16}$

$\therefore\ \mathrm{P}(B|A)=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{9}{16}}=\frac{1}{9}$

**5.정답 ④**

영역 D는 세 부등식 $x>0,\ y\geq -x,\ y\leq 2x$를 만족시

키는 점 $(x,\ y)$들의 모임이고, 두 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$, $\mathrm{Q}(c,\ d)$는

D에 속하므로

$a>0,\ c>0$

$\therefore\ a+c>0\ \cdots\cdots$ ㉠

$b\geq -a,\ d\geq -c$

$\therefore\ b+d\geq -(a+c)\ \cdots\cdots$ ㉡

$b\leq 2a,\ d\leq 2c$

$\therefore\ b+d\leq 2(a+c)\ \cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡으로부터 $\frac{b+d}{a+c}\geq -1$이고,

㉠, ㉢으로부터 $\frac{b+d}{a+c}\leq 2$

즉, $\frac{b+d}{a+c}$의 최대값, 최소값은 각각 $2,\ -1$이므로

구하는 최대값과 최소값의 차이는 3이다.

**6. 정답 ①**

$\sqrt{17}-4=\frac{1}{8+a_1}$이므로

$$a_1=\frac{1}{\sqrt{17}-4}-8=\frac{\sqrt{17}+4}{(\sqrt{17}-4)(\sqrt{17}+4)}-8$$

$=\sqrt{17}-4$이다.

또한, 조건

$$\frac{1}{8+a_1}=\frac{1}{8+\frac{1}{8+a_2}}=\frac{1}{8+\frac{1}{8+\frac{1}{8+a_3}}}=\cdots$$로

부터

$a_1=\frac{1}{8+a_2},\ a_2=\frac{1}{8+a_3},\ \cdots$

$\therefore\ a_2=\frac{1}{a_1}-8,\ a_3=\frac{1}{a_2}-8,\ \cdots$

위 두 결과를 이용하여 $a_2,\ a_3,\ \cdots$의 값을 차례로 구하면

$a_2=\frac{1}{a_1}-8=\frac{1}{\sqrt{17}-4}-8=\sqrt{17}-4$

$a_3=\frac{1}{a_2}-8=\frac{1}{\sqrt{17}-4}-8=\sqrt{17}-4$

$\cdots$

$\therefore\ a_{2002}=a_{2001}=\cdots=a_3=a_2=\sqrt{17}-4$

**7.답 ①**

[로그의 계산]

ㄱ. $2^{\log_2 1+\log_2 2+\log_2 3+\cdots+\log_2 10}=2^{\log_2 10!}=10!$ (참)

ㄴ. $\log_2(2^1\times2^2\times2^3\times\cdots\times2^{10})^2$

$=\log_2(2^{55})^2=\log_2 2^{110}=110$ (거짓)

ㄷ. $(\log_2 2^1)(\log_2 2^2)(\log_2 2^3)\cdots(\log_2 2^{10})$

$=1\times2\times3\times\cdots\times10=10!$ (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ이다.

**8.정답 ④**

A팀부터 B팀이 5 : 4로 이기는 경우는 아래와 같이 5가지 경우이다.

| A | B |
|---|---|
| × | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |

| A | B |
|---|---|
| ○× | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| | ○ |

| A | B |
|---|---|
| | ○ |
| ○○ | ○ |
| ×○ | ○ |
| ○ | ○ |
| | ○ |

| A | B |
|---|---|
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ×○ | ○ |
| | ○ |

| A | B |
|---|---|
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| ○ | ○ |
| × | ○ |

$\therefore\ {}_9C_4(0.8)^4(0.2)\times(0.8)^5=0.8^9$

**9. [출제의도] 정규분포의 확률을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.**

물고기 한 마리의 무게를 확률변수 $X$라 하면

$\mathrm{P}(X\geq 830)=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{830-800}{50}\right)=\mathrm{P}(Z\geq 0.6)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\leq Z\leq 0.6)=0.5-0.2257=0.2743$

10. [출제의도] 무한급수와 정적분의 관계 이해하기

$F'(x)=f(x)$ 이므로

$\int f(x)dx=F(x)+C$ 이다.

따라서 $\mathrm{A}(a,\ F(a))$, $\mathrm{B}(a+c,\ F(a+c))$를 지나는

직선의 기울기는

$$\frac{F(a+c)-F(a)}{(a+c)-a}=\frac{1}{c}\{F(a+c)-F(a)\}$$

$$=\frac{1}{c}\int_a^{a+c}f(x)dx$$

$$=\frac{1}{c}\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{ck}{n}\right)\frac{c}{n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}f\left(a+\frac{ck}{n}\right)\frac{1}{n}$$

**11. [출제의도] 중복조합을 이해하고 경우의 수를 구한다.**

세 개의 주머니 A, B, C에 넣은 공의 수를 각각 $a,\ b,\ c$라 하면 $a+b+c=5$이므로 가능한 모든 경우의 수는 ${}_3\mathrm{H}_5={}_{3+5-1}\mathrm{C}_5={}_7\mathrm{C}_5=21$

(ⅰ) 2개의 주머니에 다섯 개의 공을 1개와 4개로 나누어 넣는 경우의 수 ${}_3\mathrm{P}_2=6$

(ⅱ) 한 개의 주머니에 다섯 개의 공을 모두 넣는 경 우의 수 ${}_3\mathrm{C}_1=3$

따라서 구하는 경우의 수는 $21-(6+3)=12$이다.

**[다른 풀이]**

한 주머니에 네 개 이상의 공을 넣을 수 없으므로 세 개의 주머니에 넣는 공의 수에 따라 경우를 나누면

(ⅰ) 한 개의 주머니에 공을 세 개 넣고 다른 주머니에 공을 두 개 넣는 경우는 3, 2, 0을 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 $3!=6$

(ⅱ) 한 개의 주머니에 공을 세 개 넣고 나머지 두 개의 주머니에 공을 한 개씩 넣는 경우는 3, 1, 1을 일렬로 나열하는 경우와 같으

므로 $\frac{3!}{2!}=3$

(iii) 한 개의 주머니에 공을 한 개 넣고 나머지 두 개의 주머니에 공을 두 개씩 넣는 경우는 1, 2, 2를 일렬로 나열하는 경우와 같으므로 $\frac{3!}{2!}=3$

( i ), (ii), (iii)에서 구하는 경우의 수는 $6+3+3=12$이다.

12.답 ①

[$a_n$과 $S_n$의 관계]

$S_n=2n+\frac{1}{2^n}$이므로

$a_n=2n+\frac{1}{2^n}-2(n-1)-\frac{1}{2^{n-1}}=2-\frac{1}{2^n}$

$(n\geq 2)$

$a_1=S_1=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$

$\therefore \lim\limits_{n\to\infty}a_n=\lim\limits_{n\to\infty}(2-\frac{1}{2^n})=2$

13. 정답 ②

그림에서 $l_1$은 직선 $y=a(x-1)$이 원 $(x+1)^2+y^2=1$에 접하는 것이므로

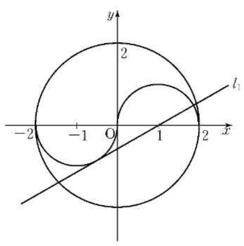
원의 중심 $(-1,\ 0)$에서 직선 $a(x-1)-y=0$에 이르는

거리 $d$는 $d=\frac{|-2a|}{\sqrt{a^2+1}}=1$이므로

$|2a|=\sqrt{a^2+1}$, $3a^2=1$

$\therefore\ a=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $(\because\ a>0)$

$\therefore\ 0<a<\frac{\sqrt{3}}{3}$




14. $\lim\limits_{t\to\infty}f\left(\frac{t-1}{t+1}\right)$에서 $s=\frac{t-1}{t+1}$로 놓으면

$s=1+\frac{-2}{t+1}$

이므로 $t\to\infty$일 때, $s\to 1-0$

$\therefore\ \lim\limits_{t\to\infty}f\left(\frac{t-1}{t+1}\right)=\lim\limits_{s\to 1-0}f(s)=2$ -----㉠

또, $\lim\limits_{t\to-\infty}f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$에서 $s=\frac{4t-1}{t+1}$로 놓으면

$s=4+\frac{-5}{t+1}$

이므로 $t\to-\infty$일 때, $s\to 4+0$

$\therefore\ \lim\limits_{t\to-\infty}f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)=\lim\limits_{s\to 4+0}f(s)=3$ ---㉡

따라서, ㉠과 ㉡에서

$\lim\limits_{t\to\infty}f\left(\frac{t-1}{t+1}\right)+\lim\limits_{t\to-\infty}f\left(\frac{4t-1}{t+1}\right)$

$=2+3=5$

15. 정답 ⑤

ㄱ. $A(3)=\{1,\ 3,\ 7,\ 9\}$이므로 $1\in A(3)$

ㄴ. $A(6)=\{6\}$이므로 $A(6)\not\subset A(3)$

ㄷ. 집합 $A(3^n)$ 중에서 $n=3$인 경우

$A(3^3)=A(27)=\{1,\ 3,\ 7,\ 9\}$이므로

$A(3^n)=A(3)$인 자연수 $n$이 존재한다.

16. 정답 ③

어떤 도시의 전체 구매량을 $p$, 인구를 $a$,

A시로부터의 거리를 $b$라고 하면

$p=\frac{ak}{b^2}$ ($k$는 일정한 상수) …㉠

㉠을 이용하여

B 시의 전체구매량을 구하면 $\frac{500000k}{20^2}$

C 시의 전체구매량을 구하면 $\frac{kx}{10^2}$

C 시의 전체구매량은 B의 전체구매량의 $\frac{1}{2}$이므로

$\frac{kx}{10^2}=\frac{1}{2}\times\frac{500000k}{20^2}$

$\therefore\ x=62500$

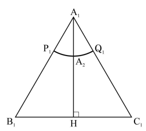
17. **[출제의도] 함수의 연속성을 이해하고 있는가를 묻는 문제이다.**

ㄱ. $\lim\limits_{x\to 0}(f\circ g)(x)=1$, $(f\circ g)(0)=0$ $\therefore$ 불연속

ㄴ. $\lim\limits_{x\to 0}(f\circ h)(x)=(f\circ h)(0)=1$ $\therefore$ 연속

ㄷ. $\lim\limits_{x\to 0}(h\circ f)(x)=(h\circ f)(0)=\frac{1}{4}$ $\therefore$ 연속

18. **[출제의도] 도형에서 무한등비급수의 합을 활용할 수 있는지 묻는 문제이다.**




$\overline{A_1P_1}=\overline{A_1A_2}=2$이므로 $l_1=\frac{2}{3}\pi$이다.

한편, 꼭짓점 $A_1$에서 선분 $B_1C_1$에 내린 수선의 발을 H로 놓으면 $\overline{A_1H}=3\sqrt{3}$

$\overline{A_2H}=\overline{A_1H}-\overline{A_1A_2}=3\sqrt{3}-2$

그러므로 수열 $\{l_n\}$은 첫째항이 $\frac{2}{3}\pi$이고 공비가 $1-\frac{2\sqrt{3}}{9}$인 등비수열을 이룬다.

$\therefore\ \sum\limits_{n=1}^{\infty}l_n=\frac{\frac{2}{3}\pi}{1-\left(1-\frac{2\sqrt{3}}{9}\right)}=\sqrt{3}\pi$

19. **[출제의도] 정적분을 이용하여 넓이를 추론한다.**

$S_1$, $S_2$, $S_3$이 등차수열을 이루므로 $2S_2=S_1+S_3$이다.

$3S_2=S_1+S_2+S_3=\int_{-1}^{2}f(x)dx$

$=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+2x\right]_{-1}^{2}$

$=\frac{9}{2}$ $\therefore\ S_2=\frac{3}{2}$

20. **[출제의도] 무한급수와 정적분의 관계를 이해할 수 있는지 묻는 문제이다.**

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{n}f\left(-1+\frac{2k}{n}\right)=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}(3x^3+4x^2-2x-1)dx$

$=\int_0^1(4x^2-1)dx=\frac{1}{3}$

21. 답 ④

[수열]

ㄱ. $\left[\frac{n}{k}\right]=1$에서 $1\leq\frac{n}{k}<2$

따라서 $\frac{n}{2}<k\leq n$ …… ㉠

$n$이 짝수일 때

㉠을 만족하는 정수 $k$의 개수는 $n-\frac{n}{2}=\frac{n}{2}$

$n$이 홀수일 때

㉠을 만족하는 정수 $k$의 개수는

$n-\frac{n+1}{2}+1=\frac{n+1}{2}$

따라서 ㉠을 만족하는 정수 $k$의 개수는 $\left[\frac{n+1}{2}\right]$이다.

(참)

ㄴ. $\left[\frac{100}{k}\right]=3$에서

$3\leq\frac{100}{k}<4$, $\frac{100}{4}<k\leq\frac{100}{3}$

따라서 정수 $k$는

26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33의

8개이다. (참)

ㄷ. $\left[\frac{n}{3}\right]=5$에서 $5\leq\frac{n}{3}<6$, $15\leq n<18$

따라서 정수 $n$은 15, 16, 17의 3 개이다. (거짓)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

22. **[출제의도] 이항분포를 이해하고 확률변수의 평균을 구한다.**

확률변수 $X$가 이항분포 $B\left(n,\ \frac{1}{7}\right)$을 따르므로

$E(X)=\frac{n}{7}=3$

$\therefore\ n=21$

23. 정답 17

(i) $|x|<1$ 일 때,

$f(x)=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{x^{2n+4}+2x}{x^{2n}+1}=2x$

(ii) $|x|>1$일 때,

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^4+\dfrac{2}{x^{2n-1}}}{1+\dfrac{1}{x^{2n}}}=\frac{x^4+0}{1+0}=x^4$$

따라서, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)+f(2)=1+16=17$

**24. 정답 24**

$\{2,\ 3\}\cap A\neq\varnothing$이므로

집합 $A$는 2, 3 중 적어도 하나는 원소로 가져야 한다.

이 때, 2, 3을 원소로 갖지 않는 집합 $U$의 부분 집합의

개수는 $2^{5-2}=2^3=8$(개)이다.

따라서, 구하는 집합 $A$의 개수는

$2^5-8=32-8=24$(개)

**25. 정답 16**

$a_n=\left\{\dfrac{1+(-1)^n}{3}\right\}$이라 하면 $a_{2n-1}=0$이므로

$S=a_2+a_4+a_6+\cdots=\left(\dfrac{2}{3}\right)^2+\left(\dfrac{2}{3}\right)^4+\left(\dfrac{2}{3}\right)^6+\cdots$

이다.

즉 $S$는 공비가 $\dfrac{4}{9}$, 첫째항이 $\dfrac{4}{9}$인 무한등비수열

이므로 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}a_n=\frac{\frac{4}{9}}{1-\frac{4}{9}}=\frac{4}{5}=S$

$\therefore\ 20S=20\times\dfrac{4}{5}=16$

**26. [출제의도] 정적분을 이용하여 넓이를 구할 수 있는지 묻는 문제이다.**

A(1, 0)이고 $S_1=S_2$이므로

$$\int_0^1\{-(x+1)^3+8-k\}dx=0$$

$\therefore\ 4k=4\times\dfrac{17}{4}=17$

**27. 정답 13**

모아야 할 20종류의 스티커의 집합을 $U$라 하고,

갑, 을, 병이 모은 스티커의 종류의 집합을

$A$, $B$, $C$라 하면

$n(U)=20,\ n(A)=4,\ n(B)=5,\ n(C)=5$

$n(A\cap B)=n(B\cap C)=n(C\cap A)=3$

$n(A\cap B\cap C)=2$

$$\begin{aligned}\therefore\ n(A\cup B\cup C)&=n(A)+n(B)+n(C)\\&\quad-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)\\&\quad+n(A\cap B\cap C)\\&=4+5+5-3-3-3+2=7\end{aligned}$$

따라서, 더 모아야 할 스티커의 수는 $20-7=13$(개)

**28.** [출제의도] 연속확률변수의 평균을 구할 수 있는지 묻는 문제이다.

$$\mathrm{E}(X)=\int_0^{\frac{1}{2}}x^2dx+\int_{\frac{1}{2}}^{1}(5x^2-2x)dx=\frac{3}{4}$$

$\therefore\ p+q=7$

**29.답 228**

5개의 공을 상자 A, B, C에 넣는 전체 방법의 수는

$3^5=243$

합이 13 이상이 되는 경우는

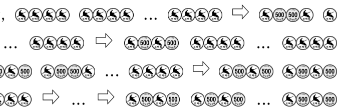
$\{(1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)\}$, $\{(1),\ (2,\ 3,\ 4,\ 5)\}$,

$\{(2),\ (1,\ 3,\ 4,\ 5)\}$

$\therefore\ 243-(3+3\times2+3\times2)=228$

**30. [출제의도] 수열의 규칙성을 이용하여 여러 가지 수열 문제를 해결한다.**

$a_n$의 경우, 마지막 상태에서는 $4n$개의 동전 중 $2n$개의 동전이 500이므로 적어도 $2n$번의 시행을 해야 한다. 그런데 $4n$개 동전을 4개씩 $n$개의 묶음으로 나누면 각 묶음마다 2회씩을 시행하여 총 $2n$회의 시행 후 마지막 상태를 만들 수 있다. 즉,



와 같이 $2n$번의 시행으로 마지막 상태를 만들 수 있으므로 $a_n=2n$이다.

따라서 $\displaystyle\sum_{n=1}^{20}a_n=\sum_{n=1}^{20}2n=2\sum_{n=1}^{20}n=2\times\frac{20\cdot21}{2}=420$