

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\left(\frac{5}{\sqrt[3]{25}}\right)^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 1 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

$$\left(5 \times 5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}}$$

2. 함수 $f(x) = x^2 + x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의

값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f'(x) = 2x + 1$$

$$f'(2) = 5$$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^5 (a_k + 1) = 9$ 이고 $a_6 = 4$ 일 때,

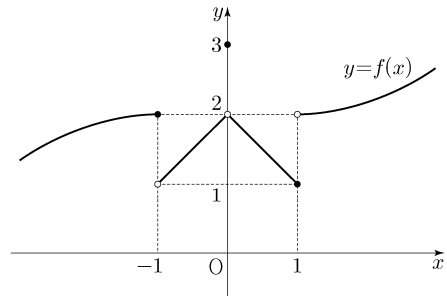
$\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\sum_{k=1}^5 a_k + 5 = 9$$

$$\sum_{k=1}^6 a_k = \sum_{k=1}^5 a_k + a_6 = 8$$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$2 + 1 = 3$$

2

수학 영역

5. 함수 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 2x + 2)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x^2+2x+2)$$

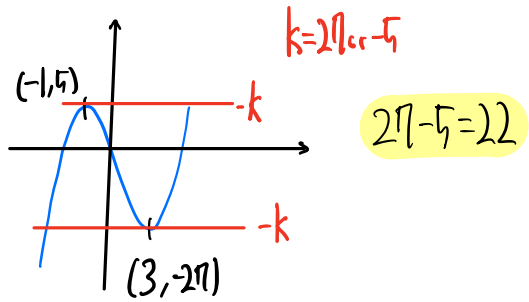
$$f'(1) = 2 \times (1+2+2) = 10$$

7. x 에 대한 방정식 $x^3 - 3x^2 - 9x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 13 ② 16 ③ 19 ④ 22 ⑤ 25

$$x^3 - 3x^2 - 9x = -k$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 3(x+1)(x-3)$$



6. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin(\theta - \frac{\pi}{2}) = \frac{3}{5}$ 일 때,

$\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

$$\cos \theta = -\frac{3}{5}$$

$$\sin \theta = -\frac{4}{5}$$

8. $a_1 a_2 < 0$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = 16, \quad 2a_8 - 3a_7 = 32$$

일 때, $a_9 + a_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$$2 \times a_6 \times r^2 - 3 \times a_6 \times r = 32$$

$$32r^2 - 48r - 32 = 0$$

$$r = -\frac{1}{2} \text{ or } r = 2 \quad (a_1 \times a_2 < 0)$$

$$a_9 + a_{11} = 16 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + 16 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= -2 - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$$

9. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & (x < 0) \\ -x^2 + 3 & (x \geq 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $(f(x) + a)^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{9}{4}$ ② $-\frac{7}{4}$ ③ $-\frac{5}{4}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{4}$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\frac{1}{2} \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 3$$

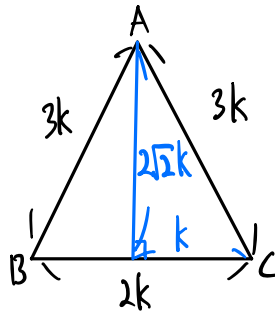
$$\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = (a + 3)^2$$

$$-a - 3 = a - \frac{1}{2} \quad a = -\frac{5}{4}$$

10. 다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 9π 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

- (가) $3 \sin A = 2 \sin B$
(나) $\cos B = \cos C$

- ① $\frac{32}{9} \sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9} \sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3} \sqrt{2}$
④ $\frac{56}{9} \sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9} \sqrt{2}$



$$\sin C = \frac{2\sqrt{2}k}{3k} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\frac{3k}{\sin C} = 2R = 6 \quad k = \frac{4\sqrt{2}}{3}$$

$$\Delta = 2k \times 2\sqrt{2}k \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{2}k^2 = \frac{64}{9} \sqrt{2}$$

11. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 1}{x - a} = 3$$

을 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 y 절편이 4일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$f(a) = 1, f'(a) = 3, -af'(a) + f(a) = 4, f(0) = 0$$

$$-3a + 1 = 4, a = -1$$

$$f(x) = x(x^2 + px + q), f'(x) = (x^2 + px + q) + x(2x + p)$$

$$f(-1) = (1 - p + q) \cdot (-1) = 1 \quad p - q = 2$$

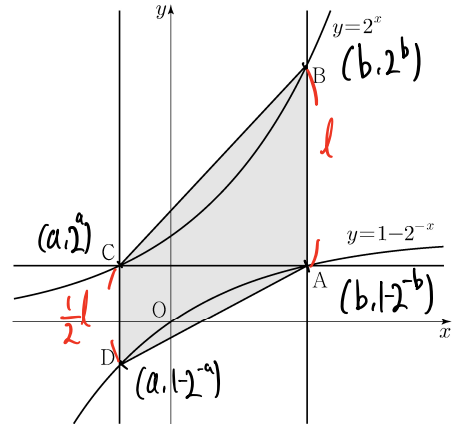
$$f'(-1) = -p + q + 1 - (p - 2) = 3$$

$$p = -2 \quad q = -4$$

$$f(1) = p + q + 1 = -5$$

12. 그림과 같이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 위의 제1사분면에 있는

점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{5}{2} \log_2 3 - \frac{5}{4}$ ② $3 \log_2 3 - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$

- ④ $4 \log_2 3 - 2$ ⑤ $\frac{9}{2} \log_2 3 - \frac{9}{4}$

$$2^a = 1 - 2^{-b} \quad 2^b + 2^{-b} - 1 = 2(2^a + 2^{-a} - 1)$$

$$\text{Let } 2^a = d, 2^b = B$$

$$B + \frac{1}{B} - 1 = 2\left(-\frac{1}{B} + \frac{B}{B-1}\right)$$

$$\rightarrow B^3 - 4B^2 + 4B - 3 = 0$$

$$B = 3, d = \frac{2}{3} \quad b = \log_2 3 \quad a = \log_2 \frac{2}{3}$$

$$(b-a) \times \frac{3}{4} (2^b + 2^{-b} - 1) \left(\left(d + \frac{1}{2} \cdot 1\right) \times \frac{1}{2} \times (b-a) \right)$$

$$= (\log_2 9 - 1) \times \frac{3}{4} \left(3 + \frac{1}{3} - 1\right) = \frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$$

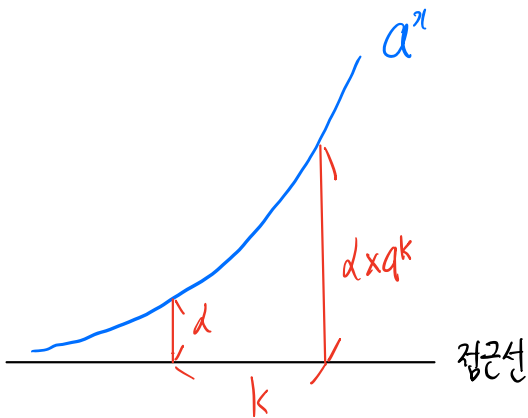
11. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - 1}{x - a} = 3$$

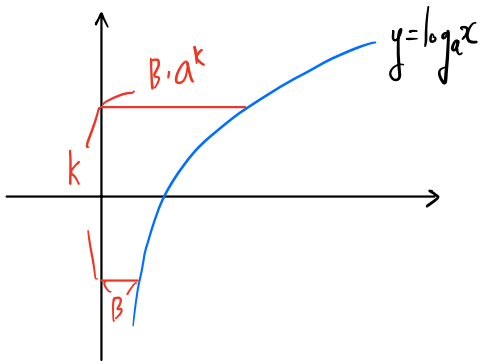
을 만족시킨다. 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 y 절편이 4일 때, $f(1)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

i) 지수함수의 성질



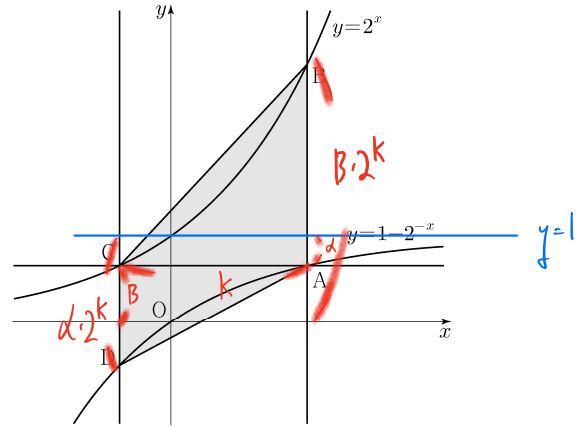
지수함수에서 접근선까지 거리는 a^k 에 비례



로그함수에서도 마찬가지로 비례

12. 그림과 같이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 위의 제1사분면에 있는

점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 2^x$ 과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = 1 - 2^{-x}$ 과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{5}{2} \log_2 3 - \frac{5}{4}$ ② $3 \log_2 3 - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{2} \log_2 3 - \frac{7}{4}$ ✓
 ④ $4 \log_2 3 - 2$ ⑤ $\frac{9}{2} \log_2 3 - \frac{9}{4}$

$$CD = d(2^k - 1), AB = B(2^k - 1)$$

$$2d(2^k - 1) = B(2^k - 1) \rightarrow 2d = B$$

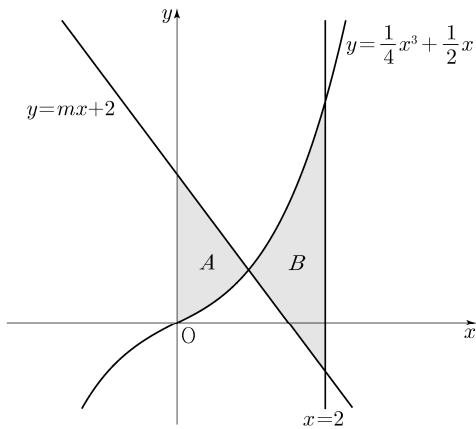
$$d + B = 1 \quad B = \frac{2}{3} \quad d = \frac{1}{3}$$

$$C(\log_2 \frac{2}{3}, \frac{2}{3}) \quad A(\log_2 3, \frac{2}{3}) \quad k = \log_2 3 - \log_2 \frac{2}{3} = \log_2 \frac{9}{2}$$

$$\text{넓이} = k \times \{ d(2^k - 1) + B(2^k - 1) \} \times \frac{1}{2}$$

$$= \log_2 \frac{9}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \log_2 9 - \frac{7}{4}$$

13. 곡선 $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 직선 $y = mx + 2$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x$ 와 두 직선 $y = mx + 2$, $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $B - A = \frac{2}{3}$ 일 때, 상수 m 의 값은? (단, $m < -1$) [4점]
- ① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{17}{12}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{5}{4}$ ⑤ $-\frac{7}{6}$



$$B - A = \int_0^2 \left(\frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{2}x - mx - 2 \right) dx = \frac{2}{3}$$

$$\left[\frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}mx^2 - 2x \right]_0^2 = | + | - 2m - 4 = \frac{2}{3}$$

$$m = -\frac{4}{3}$$

14. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]

$\log_2 \sqrt{-n^2 + 10n + 75} - \log_4(75 - kn)$ 의 값이 양수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수가 12이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

i) $-n^2 + 10n + 75 > 0, 75 - kn > 0$

$$\rightarrow -5 < n < 15, n < \frac{75}{k}$$

ii) $\log_2 \sqrt{-n^2 + 10n + 75} - \log_4(75 - kn) > 0$

$$\log_4 \frac{-n^2 + 10n + 75}{75 - kn} > \log_4 1$$

$$\rightarrow 0 < n < 10 + k$$

$\therefore 0 < n < 10 + k, n < \frac{75}{k}$ 를 만족하는 n 의 개수 12개

i) $10 + k > \frac{75}{k} \rightarrow 12 < \frac{75}{k} \leq 13$

만족 $k = 6$

ii) $10 + k \leq \frac{75}{k} \rightarrow 12 < 10 + k \leq 13$

만족 $k = 3$

$$6 + 3 = 9$$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 $k(k \geq 0)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} 2x - k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다.

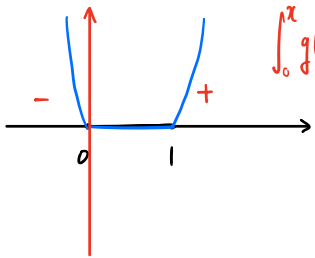
(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0 \text{ 이고}$$

$$\int_3^x g(t) \{ |(t-1)(t+2)| - (t-1)(t+2) \} dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

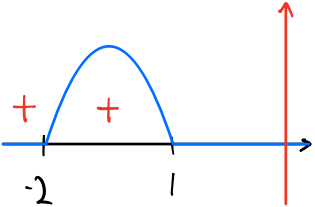
$g(k+1)$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $4 - \sqrt{6}$
- ② $5 - \sqrt{6}$
- ③ $6 - \sqrt{6}$
- ④ $7 - \sqrt{6}$
- ⑤ $8 - \sqrt{6}$



$$\int_0^x g(t) \{ |t(t-1)| + t(t-1) \} dt \geq 0$$

$$\begin{aligned} x > 1 &\rightarrow g(x) \geq 0 \\ x \leq 0 &\rightarrow g(x) \leq 0 \end{aligned}$$



$$-2 \leq x \leq 1 \rightarrow g(x) \leq 0$$

①과 ②번만 써서
g(2)는 x=2에서 y축 통과

$$2 - k = 0 \therefore k = 2$$

$f(2) = 2, f'(2) = 2, x > 2$ 에서 $f(x)$ 는 증가

$$f'(x) = 3(x-2)(x-t) + 2 \quad g(3) = 2 + \int_2^3 f'(x) dx$$

$$\int_2^3 f'(x) dx = \left[x^3 - \frac{3}{2}(2+t)x^2 + (6t+2)x \right]_2^3 = -\frac{3}{2}t + 6 \quad (t \text{ 최댓값 } g(3) \text{ 최댓값})$$

$$\rightarrow t \text{ 최댓값} = f'(x) \text{의 } D=0 \text{ 일 때 } t \quad g(2+t)^2 = 12(6t+2)$$

$$t = 2 + \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

$$g(3) = 2 - \frac{3}{2}t + 6 = 2 + 6 - \frac{3}{2}(2 + \frac{2}{3}\sqrt{6})$$

$$= 5 - \sqrt{6}$$

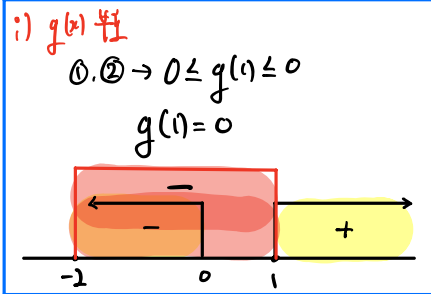
단답형

16. 방정식 $\log_2(x+1) - 5 = \log_{\frac{1}{2}}(x-3)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_2(x+1)(x-3) = 5 = \log_2 32$$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$x = 7 \text{ or } x = -5$$



17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 2$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = 2x^3 + 2x + 3$$

$$f(2) = 16 + 4 + 3 = 23$$

18. $\sum_{k=1}^9 (ak^2 - 10k) = 120$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$a \sum_{k=1}^9 k^2 - 10 \sum_{k=1}^9 k = \frac{9 \times 10 \times 19}{6} \times a - \frac{9 \times 10}{2} \times 1 = 120$$

$$285a = 570$$

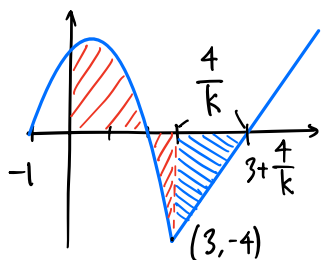
$$a = 2$$

19. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} -t^2 + t + 2 & (0 \leq t \leq 3) \\ k(t-3) - 4 & (t > 3) \end{cases}$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서의 점 P의 위치가 1일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

[3점]



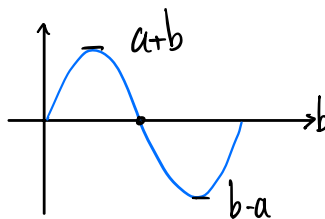
$$\int_0^{3+\frac{4}{k}} v(t) dt = \int_0^3 (-t^2 + t + 2) dt - \int_3^{3+\frac{4}{k}} (k(t-3) - 4) dt = 1$$

$$= \left[-\frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + 2t \right]_0^3 - \frac{8}{k} = 1$$

$$-9 + 6 + \frac{9}{2} - \frac{8}{k} = 1$$

$$k = 16$$

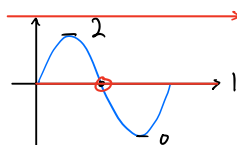
20. 5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $y = a \sin x + b$ 의 그래프가 직선 $x = \pi$ 와 만나는 점의 집합을 A 라 하고, 두 직선 $y=1, y=3$ 과 만나는 점의 집합을 각각 B, C 라 하자. $n(A \cup B \cup C) = 3$ 이 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



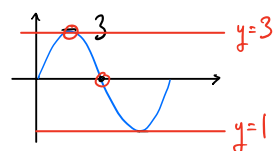
i) $a+b$ 에만 집중해서 M, m 구하기

i) m 구하기

$a+b=2$, (1,1)인 경우 $\rightarrow n(A \cup B \cup C) = 1$



$a+b=3$ 인 경우

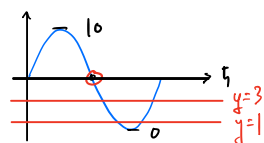


$b=2, a=1$ 인 때만족

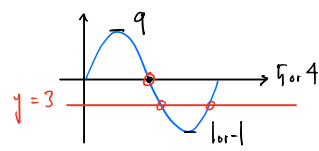
$\therefore m=3$

i) M 구하기

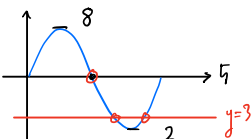
$a+b=10$, (5,5)인 경우 $\rightarrow n(A \cup B \cup C) = 5$



$a+b=9$ 인 경우 $n(A \cup B \cup C) = 5$ or 4



$a+b=8$ 인 경우 (5,3)에서 $n(A \cup B \cup C) = 3$



$$M = 5 + 3 = 8$$

18. $\sum_{k=1}^9 (ak^2 - 10k) = 120$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

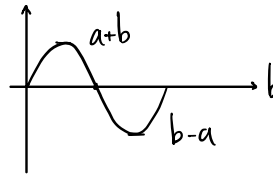
19. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = \begin{cases} -t^2 + t + 2 & (0 \leq t \leq 3) \\ k(t-3) - 4 & (t > 3) \end{cases}$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 두 번째로 바뀌는 시각에서의 점 P의 위치가 1일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

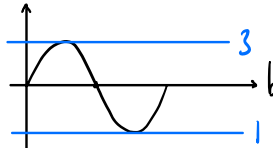
[3점]

20. 5 이하의 두 자연수 a, b 에 대하여 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $y = a \sin x + b$ 의 그래프가 직선 $x = \pi$ 와 만나는 점의 집합을 A 라 하고, 두 직선 $y=1, y=3$ 과 만나는 점의 집합을 각각 B, C 라 하자. $n(A \cup B \cup C) = 3$ 이 되도록 하는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



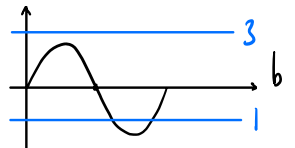
$n(A)=1, n(A \cup B \cup C)=3$

i) $n(B)=n(C)=1$



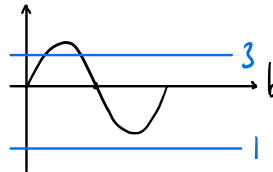
$a=1, b=2$ $a+b=3$

ii) $n(B)=2, n(C)=0$



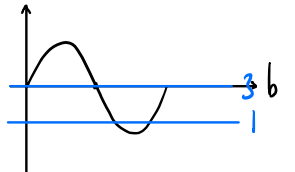
$a+b < 3, b-a < 1 < a+b, b \neq 1$
 $a+b=2$ $2-2a < 1 < 2a$
 \rightarrow 존재 X

iii) $n(B)=0, n(C)=2$



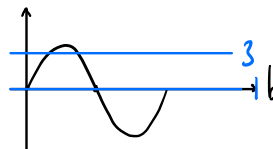
$a+b > 3 > b-a, 1 < b-a$
 $b=5, a=3$ $a+b=8$

iv) $n(B)=2, n(C)=1$



$b=3, 1 < b-a$
 $a=1, b=3$

v) $n(B)=1, n(C)=2$



$b=1, 3 < a+b$
 $a \geq 3$

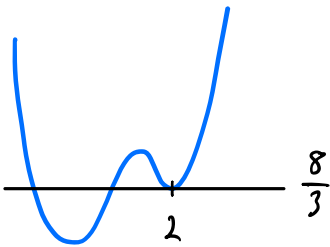
$M=8, m=3$

24

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f'(a) \leq 0$ 인 실수 a 의 최댓값은 2이다.
- (나) 집합 $\{x \mid f(x) = k\}$ 의 원소의 개수가 3 이상이 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은 $\frac{8}{3}$ 이다.

$f(0) = 0, f'(1) = 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$f(x) = (x-2)^2(x^2+ax+b) + \frac{8}{3}$$

$$f'(1) = 0, f'(2) = 0$$

$$f'(1) = 4b + \frac{8}{3} = 0 \implies b = -\frac{2}{3}$$

$$f'(x) = 2(x-2)(x^2+ax+b) + (x-2)^2(2x+a)$$

$$f'(1) = -2(a+b+1) + a+2 = -a-2b = 0 \implies a = \frac{4}{3}$$

$$f(x) = (x-2)^2(x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{2}{3}) + \frac{8}{3}$$

$f(3) = 15$

22. 수열 $\{a_n\}$ 은

$$a_2 = -a_1$$

이고, $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n} \text{ 이 자연수이고 } a_n > 0 \text{ 인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15} = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-k	k	k+1	k+2						-4	-3	-2	-1	0	1

$a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9$

i) $k+2 > 0 \implies -k+2 \ -k+3 \ -k+4 \ -k+5 \ -k+6$

① $-k+6 > 0 \implies a_{10} = (-k+6) - 3(k+1) = -4$
 $-4k+3 = -4 \implies k = \frac{7}{4}$

② $-k+6 < 0 \implies a_{10} = -k+7 = -4 \implies k = -11$

$a_5 \ a_6 \ a_7 \ a_8 \ a_9$

ii) $k+2 \leq 0 \implies k+3 \ k+4 \ k+5 \ k+6 \ k+7$

① $k+7 > 0 \implies a_{10} = (k+7) - 3(k+1) = -4$
 $k = 4 \ (\text{k}+2 \leq 0 \text{ 에 의해})$

② $k+7 \leq 0 \implies a_{10} = k+8 = -4$
 $k = -12$

$(2x-1) \mid x - \frac{7}{4} = 231$

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.