ENDLESS WALTZ

MATHEMATICS II

Produced by K.I.C.E.

PREFACE

수학은 학습의 측면에서 굉장히 기형적인 과목입니다.
개념을 익히면 쉬운 문제는 술술 잘 풀리면서도, 난이도가 조금만 높아지면 갑자기 그 어떤 해결책도 떠오르지 않죠. 결국 우리는 기본개념과 고난도 문제 사이에 나름의 빈틈이 있다는 것을 깨닫습니다.
이러한 빈틈을 채워주는 것이 바로 실전 개념입니다.
이 책을 펼친 여러분들은 대부분 실전 개념을 어느 정도 학습한 상태일 것입니다.
이제 여러분들은 본격적인 기출 분석을 통해 평가원이 선호하는 수학적 발상과 논리를 천천히 확대해 나가야 합니다.

그 전에, 여러분들이 확실히 익혀두셔야 할 요소부터 정리하도록 하겠습니다.

실전 개념은 수능 수학의 마스터키가 될 수 없다는 것.

많은 이들이 착각하는 것 중 하나입니다.
실전 개념은 낯선 문제를 마주했을 때 그 문제의 주된 논의가 무엇인지를 쉽게 파악할 수 있도록 해주는 것이지, 모든 문제를 쉽게 풀어낼 수 있는 비법이나 기술이 아닙니다.
따라서 실전 개념을 배웠는데도 문제가 풀리지 않는다고 투덜거릴 것이 아니라, 낯선 문제에 대해 학습한 실전 개념 중 어떤 것을 적용해야 할지 깊이 있게 생각해 보아야 합니다.
그렇게 문제의 핵심을 알아내었다면, 실전 개념은 더 이상 쓰이지 않습니다.
그 뒤로 여러분은 오직 여러분의 계산능력과 수학적 논리에 기반한 “감각”에 의존해야만 합니다.

다 알고 있다고 생각하지 말 것.

수학 공부의 핵심은 “다 알게 되는 것”이 아닙니다.
한 가지 개념으로 무수히 많은 문제를 만들 수 있는 것이 수학입니다.
다시 말해, 우리는 절대 “다 아는 상태”가 될 수 없습니다.
단지 시험장에서 모르는 것과 대면했을 때, 단시간에 “아는 것”으로 만들 수 있게 끊임없이 훈련해 나갈 뿐입니다.

위축될 필요도 없고, 자만할 이유도 없다.

모르는 문제를 끝내 풀지 못하고 정답지를 열어본 것이 열등감이 되는 것도,
어려운 문제를 끝까지 물고 늘어져 맞춘 것이 자랑거리가 되는 것도 바람직하지 않습니다.
모르겠거나 틀렸다면 묵묵히 해설지를 펼쳐 해결하고,
맞췄다면 잠시 기쁨을 만끽하고 다음 문제로 넘어가세요.

지적 호기심을 가질 것.

수학 공부에 있어서 가장 중요한 태도입니다. 호기심이 없다면 사고력 또한 개선되지 않습니다.
평상시에도 수학적 발상을 멈추지 마세요. 이는 시험장에서 여러분의 피가 되고 살이 됩니다.
지적 호기심에 근거한 수학적 사고, 그리고 그를 통해 문제를 다양한 각도에서 해결하고자 하는 노력은 모두 여러분의 고유한 경쟁력이 될 것입니다.
또한 이러한 지적 탐구를 항시 지속하다 보면 기출문제가 뻔하게 느껴지는, 즉 문제를 압도하는 경지에 오르게 됩니다.

STRUCTURE

기출문제는 평가원의 발자취와 같습니다.
발자국을 통해 지나간 사람의 경로를 탐색하고 발자국이 사라지는 지점에서부터 어디로 갔을지 추측하는 탐정처럼, 우리는 평가원이란 집단을 30년 가까이 철두철미하게 분석해 왔습니다.
그러나 그러한 분석이 무색하게도, 무엇이 출제될 것인가? 에 대한 적확한 예측은 하지 못했으며, 때마다 새로운 시험이 끝나고 나서야 뒷북처럼 "적중"이나 "간결한 풀이"들을 주장하곤 했습니다.
이것은 수험생을 위한다고는 볼 수 없습니다.
오로지 교육자 본인의 이익을 위한, 겉보기식 마케팅의 일환이죠.
고로, 학습자 스스로 체화하고 깨달을 수 있도록, 문제를 풀며 배운 것들이 머릿속에 차곡차곡 감기도록, 올바른 해설을 제시하고자 합니다.
그렇다고 흔히들 말하는 실전 개념, 스킬 등등을 사용하지 않겠다는 의미가 아닙니다.
사용하되, 왜 사용해야 하는지, 왜 이러한 풀이를 진행했어야 하는지에 대한 정확한 인과관계를 명시하고, 그에 대해 모든 문제에 대한 일반적인 방법론을 학습자 스스로 구축할 수 있도록 최대한 노력하겠습니다.

최근 킬러문항 제거 정책이 진행됨에 따라 기출문제의 중요성은 더더욱 높아지고 있습니다.
사실상 모든 문제가 기출문제의 "뉴타입"라고 볼 수 있습니다.
따라서, 알고 있는 문제, 정답까지 외워진 문제라 할지라도 다시 한번 생각해 볼 명분이 생긴 것입니다.

수록된 문제들의 난이도는 총 다섯 개의 레벨로 분류되고, 자세한 내용은 아래와 같습니다.

난이도 표기	문제 풀이의 의미	풀이 권장 시간
●○○○○	계산 훈련	2~3min
●●○○○	안정적인 3등급	3~4min
●●●○○	안정적인 2등급	5~7min
●●●●○	1등급 확보	10~12min
●●●●●	만점 확보	15~20min

다음과 같은 체계를 숙지하시고 문제를 풀어주시면 좋겠습니다.

여러 가지 생각과 풀이를 적어 보관할 수 있도록 한 페이지에 한 문항씩만 수록하였으므로, 문제를 풀고 난 뒤 해설을 확인하고, 문항 다음 페이지에 있는 REMARK를 참고하여 깊게 사고하는 시간을 가져보셔야 합니다.(REMARK는 ●●●○○인 문제부터 모두 수록되어 있습니다.)

CONTENTS

CHARTER Ⅰ

THEME 1. 함수의 극한
THEME 2. 함수의 연속

CHAPTER Ⅱ

THEME 3. 미분계수와 도함수
THEME 4. 도함수의 활용 1
THEME 5. 도함수의 활용 2

CHAPTER Ⅲ

THEME 6. 부정적분
THEME 7. 정적분의 의미
THEME 8. 정적분의 활용

THEME 01

함수의 극한

수학의 시작은 일상생활에서 비롯되었다. 양치기는 양이 몇 마리인지 늘 신경을 써야 했고, 농부는 수확한 곡물의 무게를 잴 필요가 있었으며, 세금 징수인은 각각의 농부가 왕에게 바쳐야 할 소나 닭이 몇 마리인지 정해야 했다. 수의 발명은 바로 그런 현실적 필요에서 나왔다.

-STEVEN STROGATZ: INFINITE POWER-

GUIDANCE-THEME 1

함수의 극한은 은근히 많은 기출문제가 누적되어 있습니다.
그러나 먼 과거의 기출과 최근 기출에는 차이점이 존재합니다.

먼 과거의 극한 관련 기출문제들은, 모두 극한값의 “존재성”에 주목합니다.
우극한과 좌극한의 일치 여부를 조사하거나, 극한의 성질을 활용하여 관련 명제의 진위 판정을 요구하기도 했습니다.

그러나 2010년대에 들어서면서 극한 문제의 형태가 조금씩 변화하기 시작했습니다.
$\frac{0}{0}$꼴이나 $\frac{\infty}{\infty}$꼴처럼, 우리에게 익숙한 부정형 극한에 관한 계산 문제는 대부분 이 시기부터 출제된 것들입니다.
아울러 24학년도 6월 모의평가 11번처럼 함수의 극한을 도형 상황에 적용하는 활용 유형이나,
24학년도 수능 14번처럼 새롭게 정의된 함수의 극한 조사 유형은 대부분 이 시기에 처음 탄생했습니다.
그렇기에, 이제는 단순히 극한이란 개념 하나만으로는 이 단원의 문제를 풀 수 없습니다.
기하적 관점과 식의 형태를 변형하는 여러 가지 계산 방법까지 모두 숙달하고 있어야 하며,
특히 다항식의 차수와 계수의 결정, 인수정리를 통해 식을 써내는 구성력 또한 요구되고 있습니다.

이러한 새로운 출제 의도가 완전히 자리 잡았기 때문에, 예전 기출의 형태로 극한 문제가 출제될 확률은 매우 희박합니다. 그러나 과거 기출 또한 어느 정도 학습할 필요는 있습니다.
평가원은 기출문제를 배경지식으로 여기기 때문입니다.

여기 수록된 문제를 모두 풀고 나면, 극한 문제에 대한 여러분의 사고체계가 완전히 정리될 것입니다.

결론적으로, 좌극한과 우극한의 일치를 통해 극한값이 결정된다는 점, 인수정리와 기타 계산법을 적재적소에 사용할 수 있어야 하고, 모두 “본능”이 될 때까지 연습하셔야 합니다.

01

1994.11

●○○○○

서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 $\alpha+\beta=1$일 때, $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x+\alpha^2}-\sqrt{x+\beta^2}}{\sqrt{4x+\alpha}-\sqrt{4x+\beta}}$의 값은?

① 1　② $\dfrac{1}{2}$　③ 2　④ $\dfrac{1}{4}$　⑤ 4

IDEA AND LOGIC

02

2001.11

●○○○○

다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to 1} \frac{8(x^4-1)}{(x^2-1)f(x)} = 1$$

일 때, $f(1)$의 값을 구하시오.

IDEA AND LOGIC

03 2006.09

●○○○○

함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-x & (|x|>1) \\ -x^2+ax+b & (|x|\le 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

IDEA AND LOGIC

04 2006.09

●○○○○

두 상수 a, b가

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2-(a+2)x+2a}{x^2-b} = 3$$

을 만족시킬 때, $a+b$의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

IDEA AND LOGIC

05 2006.09

●○○○○

함수 $f(x)=x^2+ax$가

$$\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}=4$$

를 만족시킬 때, 상수 a의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

IDEA AND LOGIC

06

2018.11

●○○○○

함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 1}(x+1)f(x)=1,\ \lim_{x \to 1}(2x^2+1)f(x)=a$$

를 만족시킬 때, $20a$의 값을 구하시오.

IDEA AND LOGIC

07

2020.09

●○○○○

함수 $f(x)$가 $x=2$에서 연속이고

$$\lim_{x\to 2-} f(x)=a+2,\ \lim_{x\to 2+} f(x)=3a-2$$

를 만족시킬 때, $a+f(2)$의 값을 구하시오.

IDEA AND LOGIC

08

2022.06

●○○○○

함수

$$f(x)=\begin{cases} -2x+6 & (x<a) \\ 2x-a & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a의 값의 합은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

IDEA AND LOGIC