제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 함수 $f(x)=x^3-3x^2+10$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \le ax+b) \\ ax+b & (f(x) > ax+b) \end{cases}$$

라 하자. $g(-2)=-10$이고 함수 $g(x)$의 역함수가 존재할 때, $3a+b$의 최댓값은? (단, a, b는 실수이다.) [4점]

① $\frac{35}{4}$ ② $\frac{37}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{41}{4}$ ⑤ $\frac{43}{4}$

2. 세 상수 a, b, c와 함수 $f(x)=x^3-6x^2+9x+4$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<c) \\ f(x-a)+b & (x \ge c) \end{cases}$$

이다. 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고, 방정식 $g(x)=0$이 서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$를 가진다. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge g(x)$일 때, $\int_{-1}^{\beta} g(x)dx$의 값은? [4점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

3. 모든 항이 2이상의 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

> 모든 자연수 n에 대하여 b_n은 a_n의 약수 중 두 번째로 작은 값이다.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_n > b_n$, $b_n \neq b_{n+1}$이다.
> (나) $b_m = m$을 만족시키는 자연수 m이 존재한다.

$\sum_{n=1}^{4} a_n \leq 90$일 때, 모든 a_3의 값의 합은? [4점]

① 72 ② 76 ③ 80 ④ 84 ⑤ 88

4. 상수함수가 아니고 최고차항의 계수가 같은 정수인 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여

$$\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{f(x)} \neq 1,\quad \lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^4} = 0$$

이다. $h(x) = |f(x)|$라 할 때, 모든 실수 a에 대하여

$$\lim_{x\to a-}\frac{h(x)-h(a)}{x-a} = \lim_{x\to a+}\frac{h(x)-h(a)}{x-a}$$

이다. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 극값 4를 가지고 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq g(x)$일 때, $g(0)$의 최댓값은? [4점]

① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

5. 실수 k에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $4 \times f(8)$의 값을 구하시오. [3점]

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-k$가 만나는 점의 개수를 $g_1(k)$라 할 때, 함수 $g_1(k)$는 $k=6$에서 불연속이다.
(나) 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=-x-k$가 만나는 점의 개수를 $g_2(k)$라 할 때, 함수 $g_2(k)$는 $k=2$에서 불연속이다.

6. 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x-t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. 두 함수 $f(x)$와 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 t에 대하여 $g(t) \neq 1$이다.
(나) $f(k)=0$일 때, $g(k-1)=g(k)+1$을 만족시키는 실수 k가 존재한다.

$f(2)=2,\ f'(2)=1,\ f'(0)>0$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]