

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 제2행의 모든 성분의 합은? [2점]

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{5x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

3. 좌표공간 위의 점 $A(1, 3, 1)$ 에서 xy 평면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 선분 OH 의 길이는? (단, O 는 원점이다.) [2점]

- ① $\sqrt{6}$ ② $\sqrt{7}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ 3 ⑤ $\sqrt{10}$

4. 부등식 $(x+1)(x-2)^2(x-7) < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. 함수 $f(x) = \frac{3}{x}$ 에 대하여 $\int_1^3 f'(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

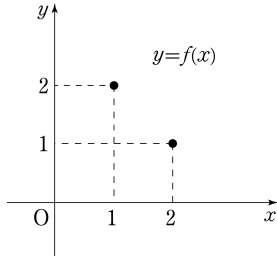
6. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 $a_3 = 4$, $a_5 + a_6 = 14$ 일 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

7. 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 직선 $y = 2x - 2$ 가 옮겨지는 직선의 y 절편은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 집합 $X = \{1, 2\}$ 에서 X 로의 함수를 f 라 할 때, 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



이차정사각행렬 A 의 (i, j) 성분 a_{ij} 를

$$a_{ij} = \begin{cases} f(f(j)) & (i \leq j) \\ f(i) & (i > j) \end{cases}$$

라 할 때, 행렬 A^2 의 모든 성분의 합은? [3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

9. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 삼각방정식

$$\cos x = -4\sin 2x$$

의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 5π ② $\frac{11}{2}\pi$ ③ 6π ④ $\frac{13}{2}\pi$ ⑤ 7π

10. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d 의 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

$$(가) \ a + b + c + d = 11$$

$$(나) \ a + b + c \geq 3d$$

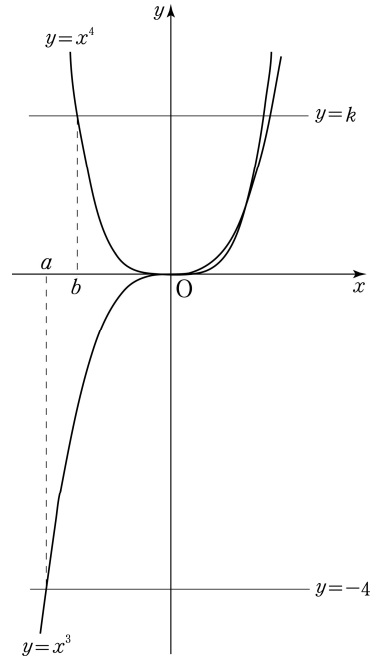
- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

11. 좌표평면에서 두 점 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 있다. 점 F 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 타원과 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, $\overline{AF} + \overline{BF'} = 6$ 이다. 이 타원의 단축의 길이는? [3점]

- ① $\sqrt{14}$ ② $\sqrt{15}$ ③ 4
 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

12. 곡선 $y = x^3$ 이 직선 $y = -4$ 와 만나는 점의 x 좌표를 a 라 하고, 곡선 $y = x^4$ 이 직선 $y = k$ ($k > 0$)와 만나는 점의 x 좌표 중 작은 값을 b 라 할 때, $ab = 2$ 이다. bk 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① -4 ② $-2^{\frac{11}{6}}$ ③ $-2^{\frac{5}{3}}$
 ④ $-2^{\frac{3}{2}}$ ⑤ $-2^{\frac{4}{3}}$



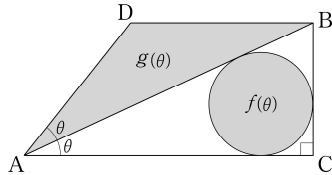
13. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{2e^x - 2}{(x-a)(x+3)} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{3}$ ② 0 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 1

14. 주머니 안에 1, 1, 2, 2, 2, 5, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 A와 B가 순서대로 공을 임의로 한 개씩 꺼낸다. A가 뽑은 공의 숫자를 a 라 하고, B가 뽑은 공의 숫자를 b 라 할 때, $a \leq b \leq 2a$ 일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{17}{42}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{19}{42}$ ⑤ $\frac{10}{21}$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC = \theta$ 이다. 삼각형 외부에 점 D 를 직선 AC 와 직선 BD 가 서로 평행하고, $\angle DAB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 ABD 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)}$ 의 값은? [4점]

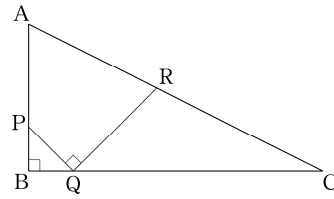


- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π ⑤ 4π

16. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서

$$\overline{AB}=1, \overline{BC}=2, \angle ABC = \frac{\pi}{2}$$

이고, 선분 AB 위를 움직이는 점을 P, 선분 BC 위를 움직이는 점을 Q, 선분 AC 위를 움직이는 점을 R 이라 할 때, $\overline{PB} = \overline{QB}$, $\angle PQR = \frac{\pi}{2}$ 를 만족시킨다. $\overrightarrow{BR} \cdot \overrightarrow{QC}$ 의 최댓값은? [4점]



- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

17. 확률변수 X 는 정규분포 $N(9, 4^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(m, 4^2)$ ($m \neq 9$)를 따르고, 확률변수 X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$ 이다.

$$f(k) = g(k), \quad P(X \leq k) + P(k-3 \leq Y \leq k) = \frac{1}{2}$$

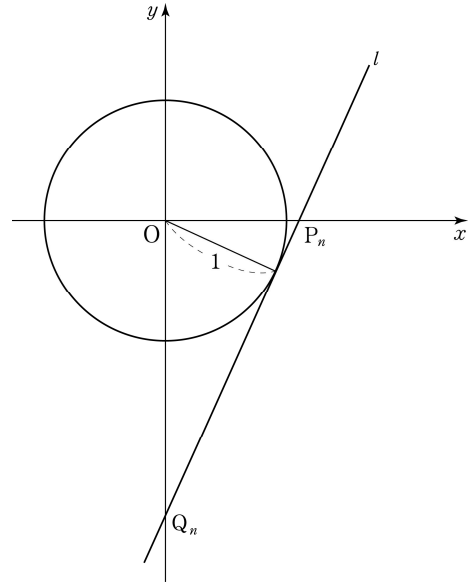
일 때, m 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 3 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 8 ⑤ $\frac{21}{2}$

18. 자연수 n 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하고 기울기가 2^n 인 직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_n Q_n}{4^n}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



19. 구간 $[0, 16]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \cos \frac{\pi}{2}x$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = f(x) + |f(x)|$ 라 할 때, 영역

$$\left\{ (x, y) \mid g\left(\frac{1}{2}\right) \leq y \leq g(x) \right\}$$

에 속하는 부분의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{12\sqrt{2}}{\pi} - 4\sqrt{2}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{\pi} - 4\sqrt{2}$ ③ $\frac{20\sqrt{2}}{\pi} - 4\sqrt{2}$
 ④ $\frac{16\sqrt{2}}{\pi} - 2\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{20\sqrt{2}}{\pi} - 2\sqrt{2}$

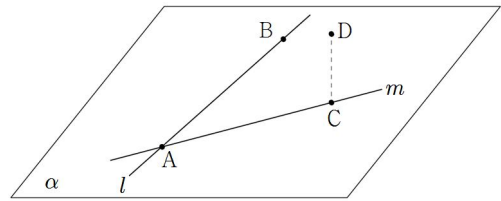
20. 그림과 같이 교점이 A인 두 직선 l, m 이 평면 α 위에 있다. 점 A와 직선 l 위의 점 B, 직선 m 위의 점 C, 평면 α 위에 있지 않은 점 D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AC} = 8$

(나) $\angle BAC = \frac{\pi}{6}$

(다) $\overline{CD} \perp l, \overline{CD} \perp m, \overline{CD} = 3$

평면 α 와 평면 BDA가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos \theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{13}{20}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{17}{20}$

21. 함수

$$f(x) = a(x+1)e^{-x} + x^2 \quad (a > 0)$$

에 대하여 다음 표는 x 의 값에 따른 $f'(x)$ 의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x < 0$	$x = 0$	$x > 0$
$f'(x)$	+		+

상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

단답 형

22. 함수 $f(x) = \ln(4x+1) + 13x$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 10, \quad \sum_{n=1}^{10} (2a_n + b_n) = 35$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 양수 x 에 대하여 $\log x$ 의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$ 라 하자. $\log x = \log_2 20$ 일 때, $\{f(x)\}^{g(x)} = p$ 라 하자. $32p$ 의 값을 구하시오. [3점]

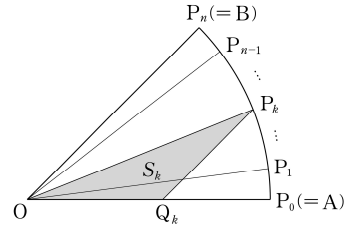
25. 어느 공장에서 생산되는 빵 하나의 무게 X 는 평균이 100g 이고, 표준편차가 5g 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 빵 중에서 임의추출한 빵 n 개의 무게의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $P\left(\bar{X} \leq 95 + \frac{30}{\sqrt{n}}\right) \geq 0.95$ 가 되도록 하는 자연수 n 의 최댓값을 구하시오. (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 2) = 0.45$ 로 계산한다.) [3점]

26. 중심이 O , 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{4}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 자연수 n 에 대하여 호 AB 를 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$P_0(=A), P_1, P_2, \dots, P_{n-1}, P_n(=B)$$

라 할 때, 선분 OA 위에 점 Q_k 를 $\overline{OQ_k} = \overline{P_kQ_k}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 OP_kQ_k 의 넓이를 S_k 라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k = \frac{1}{\pi} \ln a \text{ 이다. } 50a^2 \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

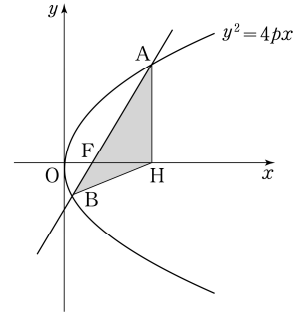


27. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) 점 P_1 의 좌표는 $(0, 1)$ 이다.
 (나) n 이 홀수이면 점 P_{n+1} 은 기울기가 1이고, 점 P_n 을 지나는 직선과 x 축과의 교점이다.
 (다) n 이 짝수이면 점 P_{n+1} 은 기울기가 $\frac{n+2}{n}$ 이고, 점 P_n 을 지나는 직선과 y 축과의 교점이다.

선분 $P_{13}P_{16}$ 의 길이를 l 이라 할 때, l^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)의 초점 F 를 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선과 만나는 두 점을 A, B 라 할 때, $\overline{AF}=6$, $\overline{BF}=2$ 이다. 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 삼각형 ABH 의 넓이를 S 라 하자. S^2 의 값을 구하시오. [4점]



29. 좌표공간에서 직선 l 과 평면 α 가 점 A 에서 수직으로 만난다. 반지름의 길이가 6이고 중심이 C 인 구 S 가 직선 l 에 접하고 그 접점을 B 라 할 때, $\overline{AB}=3$ 이다. 다음 조건을 만족시키는 평면 β 에 대하여 구 S 와 평면 β 가 만나서 생기는 도형의 넓이의 최댓값과 최솟값의 합은 $a\pi$ 이다. a 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 평면 β 는 직선 l 을 포함한다.
 (나) 두 평면 α, β 의 교선 위의 어떤 점 P 에 대하여 $|\overrightarrow{CP}| \leq 5$ 이다.

30. $-2 \leq x < y$ 인 두 실수 x, y 에 대하여

$$\int_x^y |t| dt = 2$$

를 만족시키는 점 (x, y) 가 나타내는 곡선과 x 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분을 x 축의 둘레로 회전시킨 입체의 부피가 $V\pi$ 이다. $4V$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.