

1. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 의 모든 순서쌍 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $1 \leq a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 \leq 15$
- (나) $a_k - k$ 는 홀수이다. ($k = 1, 2, 3, 4, 5$)

2. 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x), f''(x)$ 가 존재하는 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = 0, f'(0) = -1$
- (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) < f''(x) < 0$ 이다.

정의역이 $\{x | x > 0\}$ 인 함수 $g(x) = \frac{f(x)}{e^x - 1}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $\lim_{x \rightarrow +0} g(x) = -1$
 - ㄴ. 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x) < 0$ 이다.
 - ㄷ. $0 < x_1 < x_2$ 이면 $g(x_1) < g(x_2)$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3. 좌표공간에서 두 평면

$$\alpha : x + y - z = 0, \beta : 2x + 2y + z = 0$$

의 교선을 l 이라 하자. 평면 α 위의 점 A에서 평면 β 에 내린 수선의 발을 B라 할 때, 직선 l 위의 점 P에 대하여 $\overline{AP} = 5$, $\overline{BP} = \sqrt{19}$ 이다. 삼각형 ABP의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]

4. 정규분포 $N(10, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 에 대하여 함수 $G(t)$ 를 $G(t) = P(X \leq t)$ 라 하자. 표준정규분포의 확률밀도함수를 $f(z)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

$$\neg. G(12) - G(10) = \int_0^1 f(z) dz$$

$$\neg. G(8) + G(12) = 1$$

ㄷ. 모든 실수 t 에 대하여

$$G(10+2t) - G(10-2t) = \int_0^{2t} f(z) dz \text{ 이다.}$$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

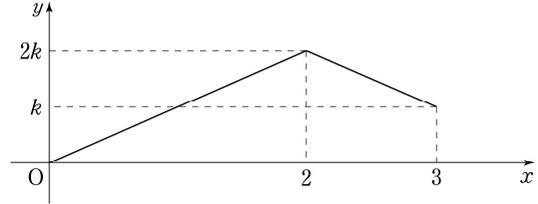
③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. 숫자 10이 하나씩 적힌 흰 공 2개, 숫자 15가 하나씩 적힌 빨간 공 3개, 숫자 20이 하나씩 적힌 파란 공 4개가 들어있는 상자가 있다. 이 상자에 들어있는 9개의 공 중에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내 공에 적힌 수를 확인한다. 두 공에 적힌 수의 합이 30 이상일 때, 두 공이 같은 색의 공일 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

6. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 그림과 같다.



집합 A 를

$$A = \{x \mid f(x) \leq k\}$$

라 할 때, $P(X \in A) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

4

수학 영역 (B형)

7. 확률변수 X 는 정규분포 $N(20, 3^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(10, 3^2)$ 을 따른다. 부등식

$$P(16 < X < 19) \leq P(n < Y < n+3)$$

을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

8. 정규분포 $N(m, 2^2)$ 을 따르는 확률변수 X 의 확률밀도함수를 $f(x)$ 라 할 때, 부등식

$$f(x) \geq f(7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 최솟값이 4이다.

$P\left(3 \leq X \leq \frac{15}{2}\right)$ 의 값을

오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.00	0.3413
1.25	0.3943
1.50	0.4332
1.75	0.4599
2.00	0.4772

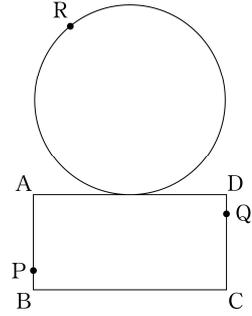
- ① 0.7356 ② 0.7734 ③ 0.8185
 ④ 0.8542 ⑤ 0.9103

9. 양수 t 에 대하여 $\log t$ 의 지표와 가수를 각각 $f(t), g(t)$ 라 하자. 두 조건

$$f(n) \leq f(x), \quad g(n) \leq g(5x+90)$$

을 만족시키는 자연수 n 의 개수를 $p(x)$ 라 할 때, $\sum_{k=1}^{19} p(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

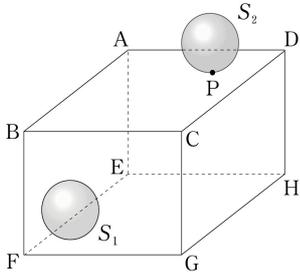
10. 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=2, \overline{BC}=4$ 이다. 선분 AD의 중점에서 직선 AD와 한 점에서 만나고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 두 선분 AB, CD 위를 움직이는 점을 각각 P, Q라 할 때, 선분 PQ는 직사각형 ABCD를 항상 이등분한다. 원 위를 움직이는 점 R에 대하여 $\overline{PR} \cdot \overline{QR}$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]



11. 그림과 같이 직육면체 ABCD-EFGH의 밑면 EFGH는 한 변의 길이가 6인 정사각형이다. 반지름의 길이가 모두 1이고 직육면체의 내부에 있는 구 S_1 과 외부에 있는 구 S_2 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 구 S_1 은 세 평면 ABFE, FGHE, BFGC에 접한다.
- (나) 선분 BD를 2:1로 내분하는 점을 P라 할 때, 구 S_2 는 평면 ABCD와 한 점 P에서 만난다.
- (다) 점 F는 S_1, S_2 의 두 중심을 지나는 직선 위에 있다.

직선 HG와 구 S_2 위를 움직이는 점 사이의 거리의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. [4점]



12. 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 3), B(2, 5)$ 와 원 $C: x^2 + y^2 = 25$ 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{AP}$ 가 최대가 되는 점 P에서의 접선의 기울기는? [4점]

- ① $-\frac{3}{2}$
- ② $-\frac{5}{4}$
- ③ -1
- ④ $-\frac{3}{4}$
- ⑤ $-\frac{1}{2}$

13. 그림과 같이 중심이 O 이고, 길이가 10인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원의 호 위의 두 점 P, Q 에 대하여 $\overline{AP}=4, \overline{PQ}=6$ 일 때, $(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QP}) \cdot \overrightarrow{OP}$ 의 값을 구하시오. [4점]

