

5지선다형

1.  $3^{\frac{3}{2}} \times \log_8 4$ 의 값은? [2점]

- ①  $\sqrt{3}$     ② 3    ③  $2\sqrt{3}$     ④ 6    ⑤  $4\sqrt{3}$

2. 두 행렬  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬  $A+B$ 의 모든 성분의 합이 8일 때,  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 2    ②  $\frac{5}{2}$     ③ 3    ④  $\frac{7}{2}$     ⑤ 4

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} (x^3 + 3)$ 의 값은? [2점]

- ① 0    ② 1    ③ 2    ④ 3    ⑤ 4

4. 다음 그래프의 각 꼭짓점 사이의 연결 관계를 나타내는 행렬에서 행의 모든 성분의 합이 2인 행의 개수는? [3점]



- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

5.  $(3x^2 + 1)\left(x + \frac{2}{x}\right)^4$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는? [3점]

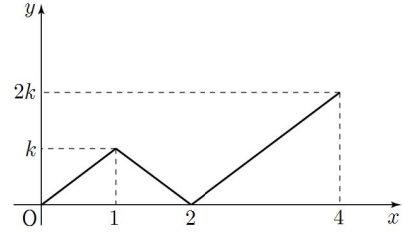
- ① 50      ② 60      ③ 70      ④ 80      ⑤ 90

6. 지수부등식  $\frac{3^{x^2}}{27} \leq 9^x$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은?

[3점]

- ① -3      ② -1      ③ 1      ④ 3      ⑤ 5

7. 구간  $[0, 4]$ 에서 정의된 연속확률변수  $X$ 의 확률밀도함수의 그래프는 그림과 같다.



$P(2 \leq X \leq 4)$ 의 값은? [3점]

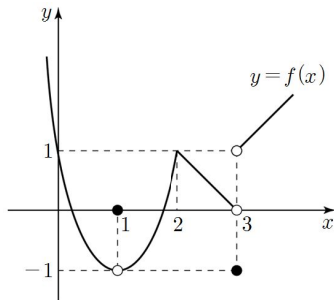
- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{5}{12}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{7}{12}$       ⑤  $\frac{2}{3}$

8. 함수  $f(x) = x^2 + 3x$  에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 9$  일 때,

상수  $a$  의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

9. 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 그림과 같다



$\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3-0} f(x)$  의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

10. 어느 과수원에서 생산한 배 하나의 무게는 표준편차가 40g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 임의로 선택한 배 하나의 무게가 400g이상일 확률과 500g이하일 확률이 서로 같다.

| $z$  | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|------|----------------------|
| 0.5  | 0.1915               |
| 0.75 | 0.2734               |
| 1.0  | 0.3413               |
| 1.5  | 0.4332               |
| 2.0  | 0.4772               |

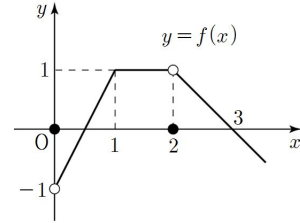
이 과수원에서 생산된 배 중 임의로 16개를 임의추출하여 측정한 무게의 표본평균이 470g이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.6915      ② 0.7734      ③ 0.8413  
④ 0.9332      ⑤ 0.9772

11. 어느 장난감 가게에는 무게가 각각 100g인 노란색 공, 파란색 공, 빨간색 공과 무게가 400g인 흰색 공을 판매하고 있다. 이 가게에서 무게의 총 합이 500g이 되도록 공을 구입하는 경우의 수는? (단, 각 종류의 공은 5개 이상씩 있고, 모든 종류의 공을 구입하지 않아도 된다.) [3점]

① 18      ② 20      ③ 22      ④ 24      ⑤ 26

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 구간  $[0, \infty)$ 에서 그림과 같고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x)=f(x)$ 이다.

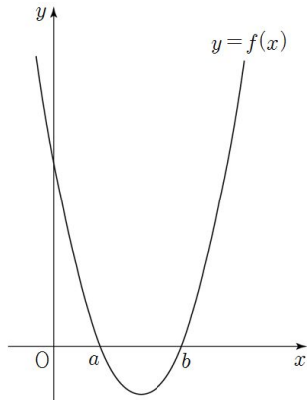


- 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $g(4)$ 의 값은?

[3점]

① 48      ② 52      ③ 56      ④ 60      ⑤ 64

[13~14] 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 그림과 같고, 두 자연수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여  $f(a)=f(b)=0$  이다.



13.  $a=2, b=5$  일 때, 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(5, f(5))$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

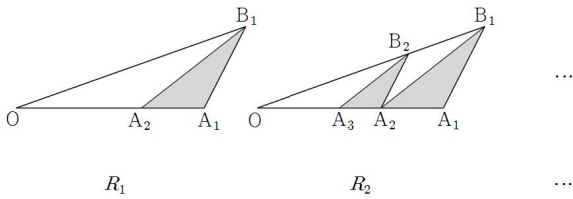
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7개의 카드가 들어있는 주머니에서 2개의 카드를 꺼낸다. 꺼낸 2장의 카드에 적혀있는 두 수 중 작은 수를  $a$ , 큰 수를  $b$ 라 할 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 영역의 넓이가 2이상일 확률은?

[4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{8}{21}$       ③  $\frac{3}{7}$       ④  $\frac{10}{21}$       ⑤  $\frac{11}{21}$

15. 그림과 같이 넓이가 2인 삼각형  $OA_1B_1$ 가 있다. 선분  $OA_1$ 을 2:1로 내분하는 점을  $A_2$ 라 할 때, 삼각형  $A_2A_1B_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.
- 그림  $R_1$ 에 선분  $OB_1$  위의 점  $B_2$ 를 선분  $A_1B_1$ 과 선분  $A_2B_2$ 가 평행하도록 잡고 선분  $OA_2$ 를 2:1로 내분하는 점  $A_3$ 에 대하여 삼각형  $A_3A_2B_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 삼각형의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5}{4}$       ②  $\frac{6}{5}$       ③  $\frac{7}{6}$       ④  $\frac{8}{7}$       ⑤  $\frac{9}{8}$

16. 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$ 이고,

$$na_{n+1} = 2(n+1)a_n + 2^n$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정이다.

주어진 식에 의하여

$na_{n+1} - 2(n+1)a_n = 2^n$ 에서 양 변을  $n(n+1)2^{n+1}$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{(n+1) \times 2^{n+1}} - \frac{a_n}{n \times 2^n} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.  $b_n = \frac{a_n}{\boxed{\text{(나)}}}$ 이라 하면  $b_1 = \frac{1}{2}$ 이고

$$b_{n+1} = b_n + \frac{1}{2n(n+1)} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} b_n &= b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{2k(k+1)} \\ &= 1 - \frac{1}{2n} \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_n = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $f(2) \times \{g(3) + h(4)\}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{14}{3}$       ② 6      ③  $\frac{20}{3}$       ④  $\frac{22}{3}$       ⑤ 8

17. 좌표평면에서 곡선  $y = a^x$  ( $a > 1$ )와 두 점 A(8, 0), B(0, 8)을 지나는 직선의 교점을 P라 할 때,  $\overline{PA} = 3\overline{PB}$ 이다. 상수  $a$ 의 값은? [4점]

① 2      ②  $\sqrt{5}$       ③  $\sqrt{6}$       ④  $\sqrt{7}$       ⑤  $2\sqrt{2}$

18. 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면에서 직선  $y = \frac{2}{n}x$  위의 점  $\left(1, \frac{2}{n}\right)$ 를 지나고, 이 직선과 수직인 직선이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때,  $l_n = \overline{OP} + \overline{OQ}$ 라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{4}{5}$       ④ 1      ⑤ 2

19. 두 이차정사각행렬  $A, B$ 가

$$A^2B = AB + 2E, \quad AB^2 - BA = A + E$$

를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?  
(단,  $E$ 는 단위행렬이다.) [4점]

—<보 기>—

ㄱ.  $B$ 의 역행렬이 존재한다.

ㄴ.  $AB = BA$

ㄷ.  $(A + E)^2 = 2(A + B)$

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 자연수  $n$ 에 대하여  $n^2$ 개의 칸에 다음 규칙에 따라 수를 써 넣는다.

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여 1행  $n$ 열과  $n$ 행 1열에는 2를 써 넣는다.

(나)  $2 \leq a \leq b \leq n$ 을 만족시키는 두 자연수  $a, b$ 에 대하여  $a$ 행  $b$ 열과  $b$ 행  $a$ 열에는  $a+2$ 를 써 넣는다.

|       | 1열 | 2열 | 3열 | 4열 | ... | $n$ 열 |
|-------|----|----|----|----|-----|-------|
| 1행    | 2  | 2  | 2  | 2  |     | 2     |
| 2행    | 2  | 4  | 4  | 4  |     | 4     |
| 3행    | 2  | 4  | 5  | 5  | ... | 5     |
| 4행    | 2  | 4  | 5  | 6  |     | 6     |
| ⋮     |    |    |    |    | ⋮   |       |
| $n$ 행 | 2  | 4  | 5  | 6  | ... | $n+2$ |

모든 칸에 적힌 수의 합을  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(7)+f(8)$ 의 값은?

[4점]

① 518

② 526

③ 534

④ 542

⑤ 550



21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x \leq 1) \\ f(x) & (x > 1) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(n) = 0$  ( $n = 1, 4$ )

(나) 함수  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 50      ② 60      ③ 70      ④ 80      ⑤ 90

단답형

22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 42n - 4} - n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 첫째항이  $k$ 이고 공차가 3인 등차수열의 첫째항부터 제 5항까지의 합이 80일 때,  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n + \frac{3}{n(n+1)} \right) = 40$$

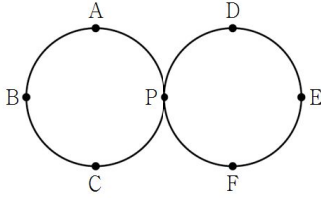
일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 양수  $t$ 에 대하여  $\log t$ 의 지표를  $f(t)$ 라 할 때, 자연수  $n$ 에 대하여  $f(kn) = f(k) + 1$ 를 만족시키는 자연수  $k$ 의 최솟값을

$a_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=6}^{15} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수  $f(x) = x^3 + 10x + 10$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(-1, f(-1))$ 에서의 접선이 점  $(0, a)$ 를 지날 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 두 원이 한 점 P에서 만나고, 원의 둘레를 4등분한 점을 각각 A, B, C, P와 D, E, F, P라 하자. 7개의 점 중 임의의 서로 다른 두 점을 연결한 선분의 길이를 확률변수  $X$ 라 할 때,  $P(X > 3) = \frac{q}{p}$  이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = 4, a_6 = 14$

(나)  $\sum_{k=1}^n (2a_k - a_{k+1}) = n^2 + n \quad (n \geq 1)$

$\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 함수  $f(x)$ 는 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+a)=f(x)$  ( $a>1$ )를 만족시키고,

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{1}{1-a}(x-a) & (1 \leq x < a) \end{cases}$$

이다.  $\int_0^{a+1} f(x)dx = \frac{5}{3}$  일 때,  $\int_{-2}^{18} f(x)dx$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

30. 좌표평면에서 두 자연수  $n, k$ 에 대하여 두 곡선  $y=\log_2 x$ ,  $y=k^x$  ( $k>1$ ) 위의 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB를 대각선으로 하는 정사각형과 두 자연수  $a, b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $1 \leq a \leq 20, 1 \leq b \leq 20$

(나) 점 A의 좌표는  $(2^n, n)$ 이고, 정사각형의 한 변의 길이는  $2^n - n$ 이다.

(다) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하다.

직선  $y=-\frac{a}{2}x+b$ 와 선분 AB의 교점이 존재하도록 하는

$a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,

$f(2)+f(4)$ 의 값을 구하시오. (단,  $k$ 는 자연수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.