

5지선다형

1. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 $A+B$ 의 모든 성분의 합은? [2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. 함수 $f(x) = 2\sqrt{5}\sin x + \sqrt{5}\cos x$ 의 최댓값은? [2점]

① $\sqrt{22}$ ② $\sqrt{23}$ ③ $\sqrt{24}$ ④ 5 ⑤ $\sqrt{26}$

3. 좌표공간에서 두 점 $A(a, 1, 3)$, $B(3, b, -6)$ 을 이은 선분 AB를 2:1로 내분하는 점의 좌표가 $(2, 3, c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? [2점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. $\tan\theta = \frac{1}{10}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

① $\frac{16}{101}$ ② $\frac{17}{101}$ ③ $\frac{18}{101}$ ④ $\frac{19}{101}$ ⑤ $\frac{20}{101}$

5. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$2P(A) = 3P(A \cap B) = 1$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{19}{24}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{23}{24}$

6. 좌표공간에서 원점 O 와 점 $A(3, 3, 0)$ 을 이은 선분 OA 위를 움직이는 점 P 와 점 $B(-1, 3, a)$ 에 대하여 선분 BP 의 길이의 최솟값이 4일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{7}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{11}$

7. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 + a_2 = 18, \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 9 \sum_{k=1}^3 a_k$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 84 ② 88 ③ 92 ④ 96 ⑤ 100

8. 함수 $f(x) = -e^x + e$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = kx$ ($k > 0$) 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이와 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = kx$ 및 $x = 1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. 동전 2개를 동시에 던지는 시행을 n 회 반복할 때, 동전 2개 모두 뒷면이 나오는 횟수를 확률변수 X 라 하자. $V(X) = 9$ 일 때, $P(X \leq 15)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

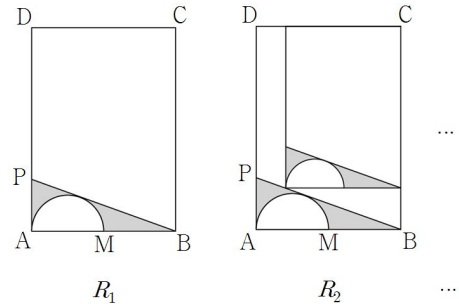
z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
0.75	0.2734
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.6915 ② 0.7734 ③ 0.8413
④ 0.9332 ⑤ 0.9772

10. 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 $4\sqrt{2}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, 선분 AM을 지름으로 하는 반원을 직사각형의 내부에 그리고 선분 BP가 반원과 한 점에서 만나도록 선분 AD 위의 점 P를 정한다. 삼각형 ABP의 내부와 반원의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

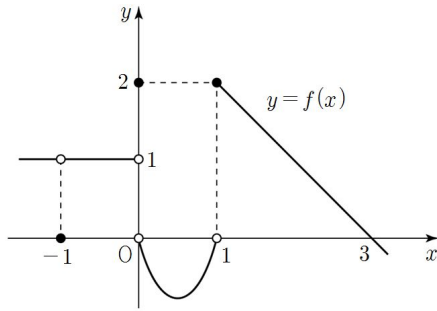
사각형 DPBC에서 두 선분이 BC, CD 위에 있고 가로와 세로의 길이의 비가 $1 : \sqrt{2}$ 인 직사각형을 선분 BP와 한 점에서 만나도록 그린다. 새로 그려진 직사각형에서 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 삼각형의 내부와 반원의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{25}{16}(2\sqrt{2} - \pi)$ ② $\frac{25}{16}\left(2\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ ③ $\frac{25}{9}(2\sqrt{2} - \pi)$
④ $\frac{25}{9}\left(2\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}\right)$ ⑤ $\frac{25}{9}\left(4\sqrt{2} - \frac{\pi}{2}\right)$

11. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



함수 $f(x)$ 와 이차함수

$$g(x) = x^2 - 2x$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{t \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{t}\right) = 1$

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = f(-1)$

ㄷ. 합성함수 $(g \circ f)(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

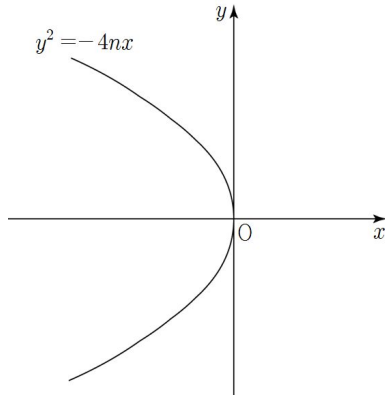
12. 다음 조건을 만족시키는 네 자연수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d=12$

(나) 좌표평면에서 세 점 $O(0, 0)$, $A(-2, 2)$, $P(a, b)$ 에 대하여 삼각형 OAP 의 넓이가 4이상이다.

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

[13~14] 그림과 같이 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 포물선 $C_n: y^2 = -4nx$ 가 있다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 점 $(-n, 0)$ 을 지나고 기울기가 $-\frac{4}{3}$ 인 직선이 포물선 C_n 과 만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, $\overline{AB} = \frac{25}{2}$ 이다. 자연수 n 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. $n=1$ 일 때, 직선 $x=a$ 가 원점을 중심으로 θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)만큼 회전하는 회전변환에 의하여 직선 l 로 옮겨진다. 포물선 C_1 과 직선 l 이 한 점 $(-1, 2)$ 에서만 만날 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고,

$$a_{n+1} + (n+2)^2 = 2a_n + 2(n+1)^2 - 3n + 2$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n 을 구하는 과정의 일부이다.

주어진 식

$$a_{n+1} + (n+2)^2 = 2a_n + 2(n+1)^2 - 3n + 2 \text{를 전개하여}$$

정리하면

$$a_{n+1} = 2a_n + n^2 - 3n \cdots \textcircled{A}$$

$$a_n = 2a_{n-1} + (n-1)^2 - 3(n-1) \quad (n \geq 2) \cdots \textcircled{B}$$

이고, $\textcircled{A} - \textcircled{B}$ 에서

$$a_{n+1} - a_n = 2(a_n - a_{n-1}) + 2n - 4 \quad (n \geq 2)$$

이다.

$$a_{n+1} - a_n = b_n \text{이라 하면}$$

$$b_n = 2b_{n-1} + 2n - 4 \quad (n \geq 2)$$

이므로

$$b_n + 2n = 2b_{n-1} + \boxed{\textcircled{가}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 수열 $\{b_n + 2n\}$ 은 공비가 2인 등비수열이므로

$$b_n = \boxed{\textcircled{나}} - 2n$$

이다.

\vdots

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때,
 $f(20) + g(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

16. 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

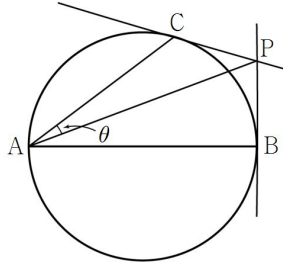
(가) 함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 양수이다.

(나) 방정식 $f(x) = n - 1$ 의 실근은 $x = -n, 7 + n$ ($n = 1, 5$)이다.

부등식 $(f(x) - 4)\sqrt{\frac{11-x}{f(x)}} \leq 0$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의
값의 합은? [4점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

17. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 점 P에서 원에 그은 두 접선이 원과 만나는 점이 B, C일 때, $\overline{BP} = \frac{3}{4}$, $\angle CAP = \theta$ 이다. $\tan \theta$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{10}{41}$ ② $\frac{11}{41}$ ③ $\frac{12}{41}$ ④ $\frac{13}{41}$ ⑤ $\frac{14}{41}$

18. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2 - A + E = O, \quad AB + A - B = O$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
(단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

<보 기>

- ㄱ. $AB = BA$
 ㄴ. $B + E$ 의 역행렬이 존재한다.
 ㄷ. $A^6 + B^6$ 의 모든 성분의 합은 4이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 좌표공간에 두 직선

$$l: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = 3 - z, \quad m: \frac{6-x}{2} = y = \frac{z+2}{2}$$

가 있다. 직선 m 위의 서로 다른 세 점 $A, B, P(a, b, c)$ 와 직선 l 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 l 과 m 의 교점은 점 $A(2, 2, 2)$ 이다.
 (나) 점 P 는 선분 AB 를 2:1로 내분하는 점이다.

선분 AB 를 지름으로 하는 구가 직선 l 과 만나는 점을 점 C 라 할 때, $\overline{AC}=8$ 이다. $a+b+c$ 의 값은? (단, $a > 0$) [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

20. 자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음조건을 만족시키는 점 $P(a, b)$ 가 나타내는 도형의 길이를 a_n 이라 할 때, $a_1 a_2 a_3$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- (가) $[\log t] = n$
 (나) 양수 t 에 대하여 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 각각 $\log t$ 의 지표와 가수이다.

- ① $2\sqrt{15}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 10

21. 함수

$$f(x) = \frac{(x-1)}{e^x}$$

이다. 2이상의 실수 t 에 대하여 방정식 $\frac{f(x)}{x} = f'(t)$ 의 실근을 $g(t)$ 라 할 때, $g(t)$ 가 최소가 되도록 하는 t 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

단답형

22. 무리방정식 $x + \sqrt{2x-1} = 8$ 의 해를 α 라 할 때, 10α 의 값을 구하시오. [3점]

23. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

일 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하자. $g(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 + a_6 = 10$ 일 때, a_7 의 값을 구하시오. [3점]

25. 네 점 A, B, C, D에 대하여 선분 AB를 장축으로 하고, 선분 CD를 단축으로 하는 타원의 한 초점을 F라 할 때,

$$\overline{AF} + \overline{CF} = 13, \quad \overline{BF} + \overline{DF} = 7$$

이다. $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 구간 $[1, 11]$ 에서 정의된 연속확률변수 X 에 대하여

$$P(x \leq X \leq x+1) = a(2x-1) \quad (1 \leq x \leq 10)$$

이 성립할 때, $P(1 \leq X \leq 6) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, a 는 상수이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 흰 공 2개, 노란 공 1개, 파란 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 세 학생 A, B, C가 이 순서로 차례대로 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. C가 꺼낸 공이 노란 공일 때, A가 꺼낸 공이 흰 공일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

28. 좌표평면에서 원점 O와 제1사분면 위의 점 A와 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발을 B, 점 B에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 세 점 A, B, H와 제4사분면 위의 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

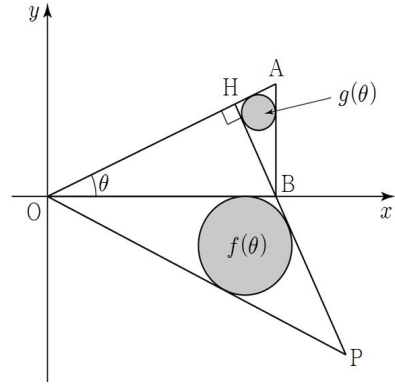
(가) $\overline{OA}=1$, $\angle AOB=\theta$ ($0<\theta<\frac{\pi}{2}$)

(나) $\overline{OB}=\overline{BP}$ 이고, 세 점 B, P, H는 한 직선 위에 있다.

삼각형 OBP에 내접하는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 ABH에 내접하는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-0} \frac{f(\theta)}{\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)^2 \times g(\theta)} = \frac{q}{p}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 좌표공간에서 두 평면 α , β 의 교선 위의 점 A와 평면 α 위에 있지 않은 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|\overrightarrow{AP}|=8$

(나) 두 평면 α 와 β 가 이루는 예각의 크기는 $\frac{\pi}{6}$ 이다.

(다) 직선 AP가 평면 α 와 이루는 각의 크기는 $\frac{\pi}{4}$ 이다.

점 P와 평면 β 사이의 거리의 최댓값은 $2(\sqrt{p} + \sqrt{q})$ 이다.
 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 자연수이다.) [4점]

30. 정의역이 $\{x|x \geq 0\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든

연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} f(x)dx$ 의 최댓값은 $p+q\sqrt{2}$ 이다.

$20(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

(가) $0 < x < 1$ 인 모든 양의 실수 x 에 대하여

$$2\sin x \leq f(x) \leq 2\tan x \text{ 이다.}$$

(나) 자연수 n 에 대하여 구간 $[n-1, n]$ 에서 함수

$y=f(x)$ 의 그래프는 각각 일차함수의 그래프의 일부이다.

(다) 2이상의 자연수 k 에 대하여 $f(k)$ 의 값은

$$\sin \frac{k}{4}\pi \text{ 또는 } \cos \frac{k}{4}\pi \text{ 이다.}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
 하시오.