

2023년 겨울방학 후 실력확인
고병훈의 바른적중 모의고사

수 학 영 역

성명

수험 번호

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

윈터가 끝이 아니다. 다시 뛰자.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0' 이 포함되면 그 '0' 도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

5. 좌표평면 위에 두 점

$P(a, b), Q(a^2, -2b^2)$ ($a > 0, b > 0$) 이 있다.

두 동경 OP, OQ 가 나타내는 각의 크기를 각각 θ_1, θ_2 라

하자. $\tan\theta_1 + \tan\theta_2 = 0$ 일 때, $\sin\theta_1$ 의 값은? ⁵⁾ [3점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{5}$
 ④ $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$

6. 함수 $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + ax + 5$ 는 $x = 1$ 에서 극대이고,

$x = b$ 에서 극소이다. $a + b$ 의 값은? ⁶⁾ (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 12 ② 14 ③ 16
 ④ 18 ⑤ 20

7. 첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

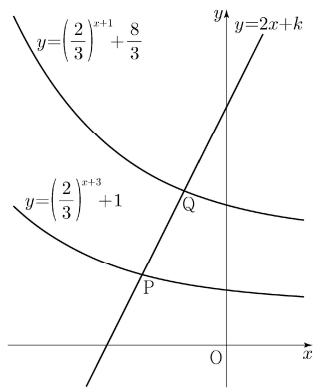
$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 4 & (a_n \geq 0) \\ a_n^2 & (a_n < 0) \end{cases} \quad \text{일 때, } \sum_{k=1}^{22} a_k \text{ 의 값은?} \supset 7) \text{ [3점]}$$

- ① 50 ② 54 ③ 58
 ④ 62 ⑤ 66

8. 방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는?8) [3점]

- ① 20 ② 23 ③ 26
 ④ 29 ⑤ 32

9. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수 $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1$,
 $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때, 상수 k 의 값은?9) [4점]



- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$
 ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

10. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

조 건

(가) $\int_0^1 f(t)dt = 2$

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^x f(t)dt = \frac{x^2}{4} \int_0^a f(t)dt$ 이다.

$f(a)$ 의 값은?10) [4점]

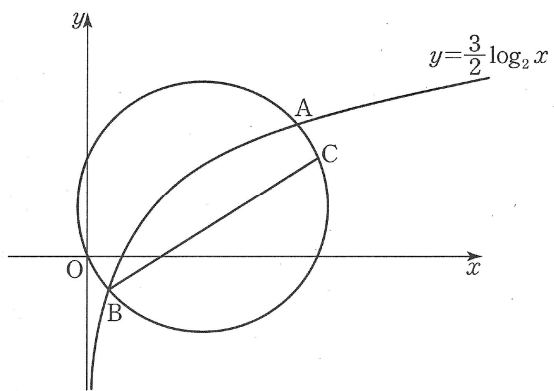
- ① 4 ② 6 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 15

11. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{3}{2} \log_2 x$ 위의 두 점 A, B의 x 좌표를 각각 a, b 라 하면 $a > b$ 이고 선분 AB를 지름으로 하는 원이 원점 O를 지난다. 이 원 위의 점 C가 다음 조건을 만족시킨다.

조 건

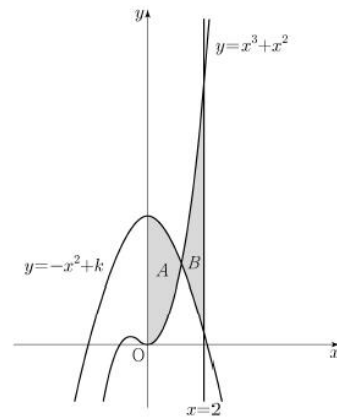
(가) 점 C의 y 좌표는 3이다.
 (나) $\angle OBC = 90^\circ$

점 A의 x 좌표는? ¹¹⁾ [4점]



- ① $2^{\frac{7}{3}}$
- ② $2^{\frac{8}{3}}$
- ③ 2^3
- ④ $2^{\frac{10}{3}}$
- ⑤ $2^{\frac{11}{3}}$

12. 두 곡선 $y = x^3 + x^2, y = -x^2 + k$ 와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 두 곡선 $y = x^3 + x^2, y = -x^2 + k$ 와 직선 $x = 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 하자. $A = B$ 일 때, 상수 k 의 값은? ¹²⁾ (단, $4 < k < 5$) [4점]



- ① $\frac{25}{6}$
- ② $\frac{13}{3}$
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ $\frac{14}{3}$
- ⑤ $\frac{29}{6}$

15. 공차가 음수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,
모든 a_1 의 값의 합은?¹⁵⁾ [4점]

조 건

$$|a_m| = 2|a_{m+2}| \text{ 이면서}$$

S_m, S_{m+1}, S_{m+2} 중 가장 큰 값이 460 이고

가장 작은 값이 450 이 되도록 하는 자연수 m 이

존재한다. (단, S_n 은 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

n 항까지의 합이다.)

- ① 144 ② 148 ③ 152
④ 156 ⑤ 160

단답형

16. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 4x^3 - 2x$ 이고
 $f(0) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.¹⁶⁾ [3점]

17. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오.¹⁷⁾ [3점]

18. 함수 $f(x) = x^2 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이
 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의
 최댓값을 구하시오.¹⁸⁾ [3점]

19. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (3a_k + 5) = 55, \quad \sum_{k=1}^5 (a_k + b_k) = 32 \text{ 일 때,}$$

$$\sum_{k=1}^5 b_k \text{의 값을 구하시오.}^{19)} \text{ [3점]}$$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가
 다음 조건을 만족시킨다.

조 건

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.
 (나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서
 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$$60 \times \int_1^2 f(x) dx \text{의 값을 구하시오.}^{20)} \text{ [4점]}$$

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

조 건

(가) $|a_1| = 2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}| = 2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{k=1}^{10} a_k = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ 의 값을 구하시오.²¹⁾ [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오.²²⁾ [4점]

조 건

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f(1) + (x-1)f'(g(x))$$
이다.

(나) 함수 $g(x)$ 의 최솟값은 $\frac{5}{2}$ 이다.

(다) $f(0) = -3, f(g(1)) = 6$