

09강 - I.적분법 03.여러가지 함수의 정적분 [유제09~유제14]

09 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 t 에 대하여

$$\int_0^2 xf(tx)dx = 4t^2$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10 함수 $f(x) = \frac{1}{1+x}$ 에 대하여

$$F(x) = \int_0^x tf(x-t)dt \quad (x \geq 0)$$

일 때, $F'(a) = \ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

기본
문제

정적분으로 정의된 함수의 극한

4 함수 $f(x) = (1 + 2\ln x)^2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x tf(t)dt$ 의 값을 구하시오.

11 두 함수 $f(x) = x^2 - 4x$ 와 $g(x)$ 가 임의의 실수 h 에 대하여

$$g(x+h) - g(x) = \int_x^{x+h} f(t)dt$$

일 때, 방정식 $g(x) = 0$ 의 모든 실근의 합은? (단, $g(0) = 0$ 이다.)

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

기본
문제

정적분과 무한급수

5 정적분을 사용하여 다음 극한값을 구하시오.

(1) $f(x) = 3x^2 + 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(2 + \frac{2k}{n}\right) \frac{4}{n}$

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4}{5n^4} \{(2n+1)^3 + (2n+2)^3 + \cdots + (2n+n)^3\}$

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left\{ 1 + \ln \left(\frac{2k}{n} + 1 \right)^2 \right\}$

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \cos^2 \left(\frac{\pi k^2}{n^2} \right)$

유제 ○——○

12 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 임의의 정수 m 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(m + \frac{k}{n}\right) \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{3n} f\left(m + \frac{k}{n}\right) \frac{1}{n}$$

을 만족시킨다. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) = xe^x + a$ (a 는 상수)일 때, $\int_0^9 f(x)dx$ 의 값은?

(단, 정수 l 에 대하여 $m = 2l$ 이다.)

① $1 - \frac{1}{e}$

② $1 - \frac{2}{e}$

③ $2 - \frac{1}{e}$

④ $2 - \frac{2}{e}$

⑤ $3 - \frac{1}{e}$

유제 ○——○

13 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = f(x)$ 가 성립하는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_0^1 f(x)dx = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{8k^2}{n^3} f'\left(\frac{2k}{n} - 1\right) = 2$$

일 때, $\int_0^1 f'(x)dx$ 의 값은? (단, $f(0) = 0$ 이다.)

① 3

② $\frac{7}{2}$

③ 4

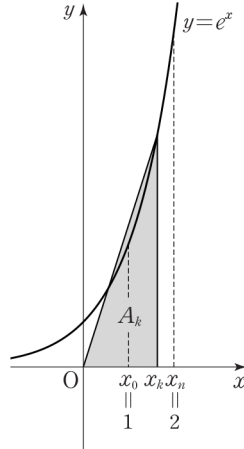
④ $\frac{9}{2}$

⑤ 5

14 함수 $f(x)=e^x$ 이 있다. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 닫힌 구간 $[1, 2]$ 를 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$$1=x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n=2$$

라 하자. 세 점 $(0, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 A_k ($k=1, 2, \dots, n$)이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n A_k$ 의 값은? [4점]



① $\frac{1}{2}e^2 - e$

② $\frac{1}{2}(e^2 - e)$

③ $\frac{1}{2}e^2$

④ $e^2 - e$

⑤ $e^2 - \frac{1}{2}e$