[2013 수능대비 오답노트 09차]

역행렬이 꼭 있어 : 영되지마! 라고 해놓고 식을 고르기도 함 **홀짝에 규칙이 다른 수열과 급수 : 극한의 경우 속지 말기 결국 같아** **절대값 벗기기 : 정상, 삐꾸 나누기, 그리고 미분 혹은 적분 등등** **넓이급수 같다가 아니 길이급수 : 가장 길 때의 반지름으로 넓이 - 작은원 넓이** **통계적추정 : 신뢰구간의 공식, 95 99 또는 알파퍼센트 모두 준비하기**

[2012.09 대성]

7. 공동주택 층간 소음을 측정하는 방법 중 하나인 경량충격음의 측정 방법은 거실의 중앙점을 포함하여 4곳 이상의 지점을 선택한 후 음압레벨을 측정하고 다음 식에 따라 기준이 되는 경량충격음 레벨 L을 구한다.

$$L=10\log\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}10^{\frac{L_i}{10}}\right)\ (n=4,\ 5,\ 6,\ \cdots)$$

이때 L_i는 i번째 측정점의 음압레벨이고 n은 측정지점의 수이다. 어느 공동주택에서 경량충격음을 측정하기 위하여 5곳에서만 음압레벨을 측정하였더니 측정된 음압레벨이 각각 20dB, 40dB, 60dB, 80dB, 100dB이었다. 이때 L의 값은? (단, $\log 2=0.30$, $\log(10^n-1)=n\ (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$으로 계산한다.) [3점]

① 93dB ② 94dB ③ 95dB ④ 96dB ⑤ 97dB

7. L_i의 값이 각각 20, 40, 60, 80, 100이므로

$$\sum_{i=1}^{5}10^{\frac{L_i}{10}}=10^2+10^4+10^6+10^8+10^{10}$$

$$=\frac{10^2(10^{10}-1)}{10^2-1}$$

$$\therefore\ L=10\log\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{10^2(10^{10}-1)}{10^2-1}\right)$$

$$=10\{\log 10^2+\log(10^{10}-1)-\log 5-\log(10^2-1)\}$$

$$=10\{2+10-(1-0.3)-2\}$$

$$=93$$

답 ①

9. 동현, 성민, 정수 세 사람을 포함하여 5명을 일렬로 세우려고 한다. 동현이와 성민이가 이웃하여 서게 될 때 성민이와 정수가 이웃하게 될 확률은? **[3점]**

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

9. i) 동현이와 성민이가 이웃하여 서는 경우의 수는 $2\times4!$(가지)

ii) 동현과 성민, 성민과 정수가 이웃하여 서는 경우는

(동현, 성민, 정수)

(정수, 성민, 동현)

인 경우이므로 그 수는 $2\times3!$(가지)

i), ii)에서 구하는 확률은

$$\frac{2\times3!}{2\times4!}=\frac{1}{4}$$

답 ①

11. 모든 실수 x에 대하여 행렬 $\begin{pmatrix} -3f(x) & f(x) \\ x+2 & x^2 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하도록 하는 함수 $f(x)$가 될 수 있는 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? [3점]

〈보기〉

ㄱ. $f(x)=\sin x+2$

ㄴ. $f(x)=x^2+2x-1$

ㄷ. $f(x)=2^{-x}+1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

11. 행렬 $\begin{pmatrix} -3f(x) & f(x) \\ x+2 & x^2 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하기 위한 조건은 모든 실수 x에 대하여

$-3x^2f(x)-(x+2)f(x)\neq 0$

$(3x^2+x+2)f(x)\neq 0$

모든 실수 x에 대하여

$3x^2+x+2=3\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\frac{23}{12}>0$

이므로 $f(x)\neq 0$이다.

따라서 함수 $f(x)$의 그래프가 x축과 만나지 않아야 하므로 x축과 만나지 않는 함수의 그래프는 ㄱ, ㄷ이다.

답 ④

12. A, B, C 세 사람 앞에 각각 숫자 1, 2, 3이 적힌 세 개의 버튼이 놓여 있다. 세 사람이 각각 세 개의 버튼 중 임의로 한 개의 버튼을 누를 때, 확률변수 X를 다음과 같이 정한다.

세 사람이 누른 버튼의 번호가 모두 같으면 $X=1$, 모두 다르면 $X=2$, 그 이외의 경우에는 $X=3$이다.

이 시행을 한 번 할 때, X의 평균은? **[3점]**

① $\frac{22}{9}$ ② $\frac{23}{9}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{25}{9}$ ⑤ $\frac{26}{9}$

12. $\mathrm{P}(X=1)=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

$\mathrm{P}(X=2)=\frac{6}{27}=\frac{2}{9}$

$\mathrm{P}(X=3)=1-\frac{1}{9}-\frac{2}{9}=\frac{2}{3}$

$\therefore\ \mathrm{E}(X)=1\times\frac{1}{9}+2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{2}{3}=\frac{23}{9}$

답 ②

13. $a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n$인 수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

$$b_n=\begin{cases} a_n & (a_n \geq a_{n+1}) \\ a_{n+1} & (a_n < a_{n+1}) \end{cases} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

$\log_2 b_{50}b_{51}$의 값은? **[3점]**

① -100 ② -102 ③ -104 ④ -106 ⑤ -108

13. $a_1=-\frac{1}{2},\ a_2=\frac{1}{4},\ a_3=-\frac{1}{8},\ a_4=\frac{1}{16},$

$a_5=-\frac{1}{32},\ a_6=\frac{1}{64},\ \cdots$

이므로

$b_1=\frac{1}{4},\ b_2=\frac{1}{4},\ b_3=\frac{1}{16},\ b_4=\frac{1}{16},\ b_5=\frac{1}{64},$

$b_6=\frac{1}{64},\ \cdots$

따라서

$b_{2k-1}=\left(\frac{1}{4}\right)^k,\ b_{2k}=\left(\frac{1}{4}\right)^k\ (k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

이므로

$b_{50}b_{51}=\left(\frac{1}{4}\right)^{25}\left(\frac{1}{4}\right)^{26}=\left(\frac{1}{4}\right)^{51}$

$\therefore\ \log_2 b_{50}b_{51}=\log_2 2^{-102}=-102$

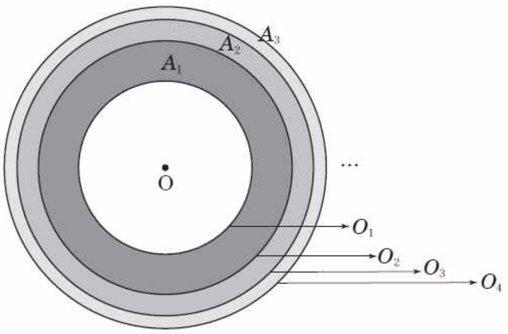
답 ②

15. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 r_n인 원 O_n이 있다. 수열 $\{r_n\}$이

$$r_1=\frac{1}{2},\ r_{n+1}=r_n+\frac{1}{2^{n+1}}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

을 만족시킬 때, 원 O_{n+1}의 내부와 원 O_n의 외부의 공통부분으로 이루어진 영역의 넓이를 A_n이라 하자. 이때, $\sum_{n=1}^{\infty}A_n$의 값은?

[4점]



① $\frac{1}{2}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ π ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ 2π

15. $r_{n+1}=r_n+\frac{1}{2^{n+1}}$에서

$$r_n=r_1+\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^{k+1}}=\frac{1}{2}+\frac{\frac{1}{4}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}}{1-\frac{1}{2}}$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$A_n=(r_{n+1}{}^2-r_n{}^2)\pi$$

$$=\left[\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right\}^2-\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right\}^2\right]\pi$$

$$=\left\{\frac{1}{2^n}-\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}\pi$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}A_n=\pi\sum_{n=1}^{\infty}\left\{\frac{1}{2^n}-\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^n\right\}$$

$$=\pi\left(\frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{2}}-\frac{3}{4}\cdot\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}\right)$$

$$=\pi\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{4}\pi$$

답 ②

17. 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(1-x)+f(1+x)=0$이다.
(나) $\int_{1}^{2} f(x)dx=3$, $\int_{-2}^{2} f(x)dx=-7$

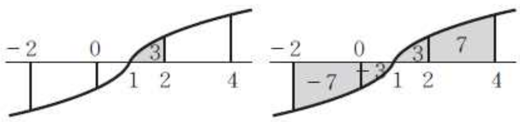
이때, 정적분 $\int_{1}^{4} f(x)dx$의 값은? **[4점]**

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

17. (가)에 의해 $y=f(x)$의 그래프는 점 (1, 0)에 대하여 대칭이므로

$$\int_{0}^{1} f(x)dx=-\int_{1}^{2} f(x)dx$$

$$\therefore \int_{0}^{2} f(x)dx=\int_{0}^{1} f(x)dx+\int_{1}^{2} f(x)dx=0$$



$\int_{-2}^{2} f(x)dx=-7$이고 $\int_{0}^{2} f(x)dx=0$이므로

$$\int_{-2}^{0} f(x)dx=-\int_{2}^{4} f(x)dx=-7$$

$$\therefore \int_{2}^{4} f(x)dx=7$$

따라서

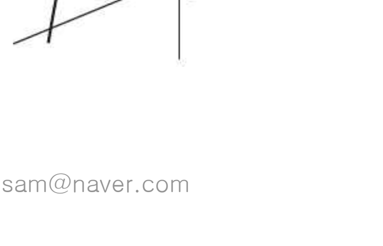
$$\int_{1}^{4} f(x)dx=\int_{1}^{2} f(x)dx+\int_{2}^{4} f(x)dx$$
$$=3+7=10$$

답 ①

18. 함수 $f(x)=x^3-2x+16$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\dfrac{f(t)}{t}x$가 접할 때, 양수 t의 값은? **[4점]**

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

18. 직선 $y=\dfrac{f(t)}{t}x$는 두 점 $(0,\ 0)$과 $(t,\ f(t))$를 지나는 직선이므로, t는 직선 $y=\dfrac{f(t)}{t}x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점의 x좌표를 의미한다.



$t>0$이므로 위 그림에서 t는 접점의 x좌표를 의미한다.

곡선 $y=x^3-2x+16$ 위의 점 $(t,\ t^3-2t+16)$에서 그은 접선의 방정식은

$y-(t^3-2t+16)=(3t^2-2)(x-t)$

이 접선이 원점을 지나므로

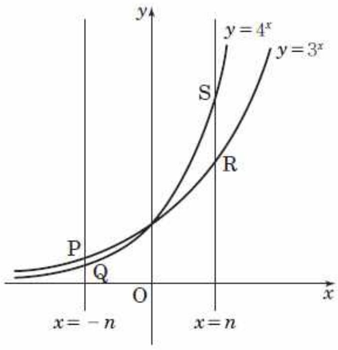
$-(t^3-2t+16)=-t(3t^2-2)$

$t^3=8$

$\therefore\ t=2$

답 ④

19. 그림과 같이 자연수 n에 대하여 직선 $x=-n$이 두 곡선 $y=3^x$, $y=4^x$과 만나는 점을 각각 P, Q라 하고 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=3^x$, $y=4^x$과 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 직선 PS의 기울기를 a_n, 직선 QR의 기울기를 b_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{a_n}$의 값은? **[4점]**



① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

19. 두 점 P, S의 좌표는 각각 $(-n,\ 3^{-n})$, $(n,\ 4^n)$이므로 직선 PS의 기울기 a_n은

$$a_n=\frac{4^n-3^{-n}}{n-(-n)}=\frac{4^n-\frac{1}{3^n}}{2n}=\frac{12^n-1}{2n\cdot 3^n}$$

두 점 Q, R의 좌표는 각각 $(-n,\ 4^{-n})$, $(n,\ 3^n)$이므로 직선 QR의 기울기 b_n은

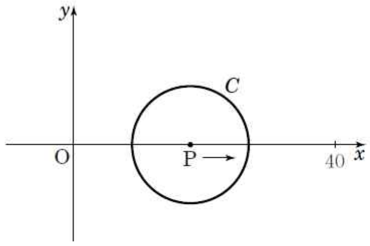
$$b_n=\frac{3^n-4^{-n}}{n-(-n)}=\frac{3^n-\frac{1}{4^n}}{2n}=\frac{12^n-1}{2n\cdot 4^n}$$

$$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n}{a_n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\frac{12^n-1}{2n\cdot 4^n}}{\frac{12^n-1}{2n\cdot 3^n}}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n$$

$$=\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}=3$$

답 ②

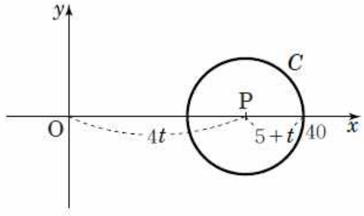
20. 원점을 출발하여 매초 4의 속도로 x축 위를 움직이는 점 P와 점 P를 중심으로 하고 반지름의 길이가 매초 1의 비율로 늘어나는 원 C가 있다. 점 P가 원점을 출발하는 순간 원 C의 반지름의 길이는 5라 할 때, 원 C가 처음으로 점 $(40,\ 0)$을 지나는 순간 원 C의 넓이의 시간(초)에 대한 순간변화율은? [4점]



① 8π　② 12π　③ 16π
④ 20π　⑤ 24π

20. t초 후의 점 P는 $(4t,\ 0)$이고 점 P를 중심으로 하는 원 C의 반지름의 길이는 $5+t$이다. t초 후 원 C의 넓이를 $S(t)$라 하면

$S(t)=\pi(5+t)^2=(t^2+10t+25)\pi$



원 C가 처음으로 점 $(40,\ 0)$을 지나는 시각은

$4t+5+t=40$

$\therefore\ t=7$

$S'(t)=2\pi(5+t)$에서 $S'(7)=24\pi$이다.

답 ⑤

27. x에 대한 지수방정식 $a^{2x}-9a^{x}+4=0$이 서로 다른 두 실근을 갖고, 그 두 실근의 합이 -2가 되도록 하는 양수 a에 대하여 $20a$의 값을 구하시오. **[4점]**

27. **단답형** $a^{2x}-9a^{x}+4=0$에서 $a^{x}=t$ $(t>0)$로 놓으면

$t^2-9t+4=0$

방정식 $a^{2x}-9a^{x}+4=0$의 두 근을 α, β라 하면 $t^2-9t+4=0$의 두 근은 a^{α}, a^{β}이다.

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$a^{\alpha}\cdot a^{\beta}=a^{\alpha+\beta}=4$

이때, $\alpha+\beta=-2$이므로 $a^{-2}=4$

$\therefore a=2^{-1}=\frac{1}{2}$

$\therefore 20a=20\times\frac{1}{2}=10$

답 10

28. 다음과 같은 규칙에 따라 수를 나열하려고 한다.

(가) n행의 1열과 $(n+1)$열에는 자연수 n을 나열한다. $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$
(나) n행의 k열에는 $(n-1)$행의 $(k-1)$열과 k열의 두 자연수의 합을 나열한다. $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 2\le k\le n)$
(다) n행에는 $(n+1)$개의 자연수를 나열한다. $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$

	1열	2열	3열	4열	$\cdots$
1행	1	1			
2행	2	2	2		
3행	3	4	4	3	
4행	4	7	8	7	4
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

19행의 3열의 수를 a, 20행의 3열의 수를 b라 할 때, $b-a$의 값을 구하시오. **[4점]**

28. **단답형** 제 n행의 2열에 나열된 수를 b_n이라 하면

$b_{19}+a=b$이므로

$b-a=b_{19}$

$b_{n+1}=b_n+n,\ b_1=1$이므로

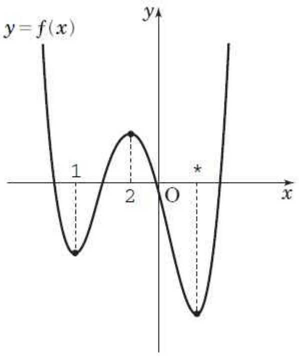
$$b_n=1+\sum_{k=1}^{n-1}k=1+\frac{(n-1)\cdot n}{2}$$

$$\therefore\ b_{19}=1+\frac{18\cdot 19}{2}=1+171=172$$

$\therefore\ b-a=172$

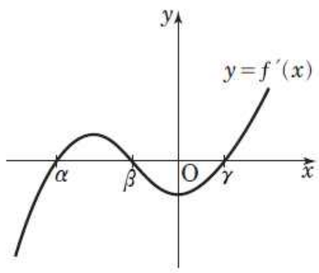
답 172

29. 다음 그림과 같이 사차함수 $y=f(x)$는 $x=\alpha$, $x=\beta$, $x=\gamma$에서 극값을 가지며, $f(\alpha)=-4$, $f(\beta)=3$, $f(\gamma)=-8$이다.
(단, $\alpha<\beta<\gamma$)



도함수 $y=f'(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

29. **단답형** $y=f'(x)$의 그래프와 x축과의 교점의 x좌표는 α, β, γ이다.



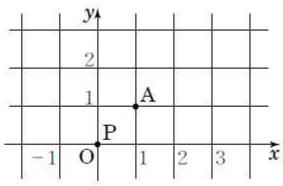
$\alpha<x<\beta$에서 $f(x)$는 증가하므로 $f'(x)>0$
$\beta<x<\gamma$에서 $f(x)$는 감소하므로 $f'(x)<0$

따라서 도함수 $y=f'(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이 S는

$$S=\int_{\alpha}^{\gamma}|f'(x)|dx$$
$$=\int_{\alpha}^{\beta}f'(x)dx-\int_{\beta}^{\gamma}f'(x)dx$$
$$=[f(x)]_{\alpha}^{\beta}-[f(x)]_{\beta}^{\gamma}$$
$$=\{f(\beta)-f(\alpha)\}-\{f(\gamma)-f(\beta)\}$$
$$=\{3-(-4)\}-\{(-8)-3\}$$
$$=18$$

답 18

30. 좌표평면 위를 움직이는 점 P는 1개의 주사위를 한번 던질 때마다 다음과 같은 규칙으로 움직인다.



(가) 1 또는 2 또는 3의 눈이 나오면 x축의 방향으로 $+1$만큼 움직인다.
(나) 4 또는 5의 눈이 나오면 x축의 방향으로 -1만큼 움직인다.
(다) 6의 눈이 나오면 y축의 방향으로 $+1$만큼 움직인다.

원점을 출발한 점 P가 주사위를 6번 던진 후 점 A(1, 1)에 있게 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) **[4점]**

30. **단답형** 오른쪽, 왼쪽, 위쪽으로 이동하는 횟수를 각각 a, b, c라 하면 $a+b+c=6$
점 P는 반드시 위쪽으로 1칸 이동해야 하므로
$c=1$ $\therefore a+b=5$
또, $a-b=1$이므로 $a=3$, $b=2$
주사위를 한 번 던질 때마다 오른쪽, 왼쪽, 위쪽으로 움직일 확률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$이므로 구하는 확률은

$${}_6C_3 \cdot {}_3C_2 \cdot {}_1C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{5}{36}$$

이다.

$\therefore p+q=36+5=41$

답 41

[2012.09 중앙]

10. 확률변수 X가 평균이 7, 분산이 σ^2인 정규분포를 따른다. $\mathrm{P}(4 \le X \le 9) = p$이고 $\mathrm{P}(X \le 5) = q$일 때, 다음 중 $\mathrm{P}(9 \le X \le 10)$의 값과 항상 같은 것은? [3점]

① $p+q-1$　　② $p+2q-1$

③ $2p+q-1$　　④ $2p+2q-1$

⑤ $2p+3q-1$

10. 이해력 - 통계　[3점] **정답** ②

$\mathrm{P}(4 \le X \le 7) = a$, $\mathrm{P}(7 \le X \le 9) = b$라 하면

$\mathrm{P}(4 \le X \le 9) = a+b$

$\therefore a+b=p$ ……… ㉠

또, $\mathrm{P}(X \le 5) = \mathrm{P}(X \ge 9)$

$= \mathrm{P}(X \ge 7) - \mathrm{P}(7 \le X \le 9)$

$= 0.5 - b$

$\therefore 0.5-b=q$ ……… ㉡

이때, $\mathrm{P}(4 \le X \le 7) = \mathrm{P}(7 \le X \le 10) = a$이므로

$\mathrm{P}(9 \le X \le 10) = \mathrm{P}(7 \le X \le 10) - \mathrm{P}(7 \le X \le 9)$

$= a-b$

㉠, ㉡에서

$b = 0.5-q$, $a = p-b = p+q-0.5$

$\therefore a-b = (p+q-0.5)-(0.5-q)$

$= p+2q-1$

11. 일직선으로 뻗은 도로 위를 두 자동차 A, B가 다음과 같이 움직인다.

> (가) 자동차 A는 속도가 일정하고, 자동차 B는 출발한 지 t초가 되는 순간의 속도가 $\frac{1}{3}t^2$(m/초)이다.
> (나) 자동차 A는 자동차 B보다 36m 앞에서 출발한다.
> (다) 두 자동차 A, B는 같은 방향으로 움직인다.

두 자동차 A, B가 동시에 출발한 지 9초 후에 만난다고 할 때, 자동차 A의 속도는? (단, 자동차의 길이는 무시하고, 속도의 단위는 m/초이다.) [4점]

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

11. 수학 외적 문제 해결 능력 - 다항함수의 적분법

[4점] **정답** ⑤

자동차 A의 속도를 v라 하자. 자동차 B의 출발점의 위치를 0이라 하면, 출발한 지 t초 후의 두 자동차 A, B의 위치는 각각

$36+vt$(m), $\int_0^t \frac{1}{3}t^2dt=\frac{1}{9}t^3$(m)

두 자동차가 동시에 출발한 지 9초 후의 두 자동차의 위치가 같으므로

$$36+9v=\frac{1}{9}\times 9^3$$

$$9v=45$$

$$\therefore v=5(\text{m/초})$$

14. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 다음이 성립한다.

$$S_{2n-1}=\frac{10n}{2n-1},\ S_{2n}=\frac{10n+1}{2n}\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이때, 수열 $\{a_n\}$의 둘째항부터의 무한급수 $\sum_{n=2}^{\infty} a_n$의 값은? [3점]

① -5 ② -4
③ -3 ④ -2
⑤ -1

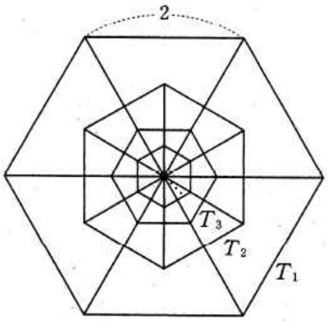
14. 이해력 - 수열의 극한 [3점] **정답** ①

$a_1=S_1=10$이다.

$\lim_{n\to\infty} S_{2n-1}=\lim_{n\to\infty} S_{2n}=5$이므로 $\lim_{n\to\infty} S_n=5$이다.

$\therefore \sum_{n=2}^{\infty} a_n=\sum_{n=1}^{\infty} a_n-a_1=\lim_{n\to\infty} S_n-a_1=5-10=-5$

15. 한 변의 길이가 2인 정육각형 T_1이 있다. 그림과 같이 이 정육각형의 가장 긴 3개의 대각선에 의하여 생기는 6개의 정삼각형의 무게중심을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 T_2라 하자. 같은 방법으로 정육각형 T_n ($n=1, 2, 3, \cdots$)의 가장 긴 3개의 대각선에 의하여 생기는 6개의 정삼각형의 무게중심을 꼭짓점으로 하는 정육각형을 T_{n+1}이라 하자. 정육각형 T_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $8\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$
③ $12\sqrt{3}$ ④ $15\sqrt{3}$
⑤ $16\sqrt{3}$

15. 수학 내적 문제 해결 능력 - 수열의 극한

[4점] **정답** ②

$S_1=6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=6\sqrt{3}$

정육각형 T_n의 한 변의 길이를 a_n이라 하면

$a_{n+1}=\frac{\sqrt{3}}{2}a_n\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}a_n$ ($n=1, 2, 3, \cdots$)

따라서, 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $6\sqrt{3}$, 공비가 $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{1}{3}$인 등비수열이다.

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n=\frac{6\sqrt{3}}{1-\frac{1}{3}}=9\sqrt{3}$

16. 세 이차정사각행렬 A, B, C에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, O는 영행렬이고, E는 단위행렬이다.) [3점]

〈보 기〉

ㄱ. $AC=BC$이고 $C^2=E$이면 $A=B$이다.

ㄴ. $A+B$의 역행렬이 존재하면 A, B 중 적어도 하나는 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $A\neq O$, $B\neq E$, $AB=A$이면 A, B의 역행렬이 모두 존재하지 않는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

16. 추론 능력(추측) - 행렬과 그래프 [3점] **정답** ①

ㄱ. (참) $AC=BC$의 양변의 오른쪽에 C를 곱하면

$AC^2=BC^2$

$\therefore A=B$

ㄴ. (거짓) 【반례】 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$이면

$A+B=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$이므로 행렬 $A+B$의 역행렬이 존재하지만 A, B의 역행렬이 모두 존재하지 않는다.

ㄷ. (거짓) 【반례】 $A=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\0&2\end{pmatrix}$이면

$AB=A$이지만 행렬 B의 역행렬이 존재한다.

17. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases} x^2 & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$$

이 있다. $\lim_{x\to+0}f(x)-\lim_{x\to-0}f(x)=1$일 때, 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, $\lim_{x\to+0}f(x)$, $\lim_{x\to-0}f(x)$는 각각 극한값이 존재한다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

ㄴ. $\lim_{x\to0}f(x)g(x)$의 값이 존재한다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ　　④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. 추론 능력(추측) - 함수의 극한과 연속

[4점] **정답** ③

$\lim_{x\to+0}f(x)=\alpha$, $\lim_{x\to-0}f(x)=\beta$(α, β는 상수)라 하자.

ㄱ. (참) $\lim_{x\to+0}f(x)-\lim_{x\to-0}f(x)=\alpha-\beta=1$이므로 $\alpha\neq\beta$이다.

따라서, 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

ㄴ. (참) $\lim_{x\to+0}f(x)g(x)=\lim_{x\to+0}f(x)\times\lim_{x\to+0}g(x)$
$=\alpha\times0=0$

$\lim_{x\to-0}f(x)g(x)=\lim_{x\to-0}f(x)\times\lim_{x\to-0}g(x)$
$=\beta\times0=0$

$\therefore \lim_{x\to0}f(x)g(x)=0$

ㄷ. (거짓) 【반례】 $f(0)=0$이면 $f(0)g(0)=0\times1=0$ 이므로

$\lim_{x\to0}f(x)g(x)=f(0)g(0)$

따라서, 함수 $f(x)g(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

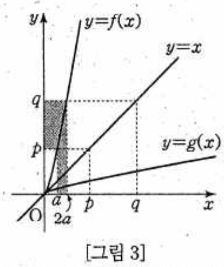
19. 집합 $\{x \mid x>0\}$에서 정의된 함수 $f(x)=x^2+x$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 이때, 등식 $\int_a^{2a} f(x)dx+\int_{f(a)}^{f(2a)} g(x)dx=68$을 만족시키는 양수 a의 값은? [4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$
③ $\sqrt{3}$ ④ 2
⑤ $\sqrt{5}$

19. 이해력 – 다항함수의 적분법 [4점] **정답** ④

모든 양수 x에 대하여 $f'(x)=2x+1>0$이므로
$f(x)$는 증가함수이다.
이때, $f(a)=a^2+a=p$, $f(2a)=4a^2+2a=q$라 하면
역함수 $g(x)$에 대하여 $g(p)=a$, $g(q)=2a$이다.

그런데 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로
$\int_a^{2a} f(x)dx+\int_{f(a)}^{f(2a)} g(x)dx$의 값은 [그림 3]의 어두운 부분의 넓이와 같다.



[그림 3]

따라서, [그림 3]의 어두운 부분의 넓이는
$(2a)\times q-a\times p=2a(4a^2+2a)-a(a^2+a)$
$=7a^3+3a^2$
따라서, $7a^3+3a^2=68$에서
$7a^3+3a^2-68=0$
$(a-2)(7a^2+17a+34)=0$
$\therefore a=2$

20. x, y에 대한 연립방정식 $\begin{pmatrix} 2 & k+3 \\ k-4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$의 해가 무수히 많을 때, 좌표평면에서 점 (x, y)가 나타내는 도형이 x축, y축과 만나는 두 점 사이의 거리는? (단, k는 상수이고, x, y는 실수이다.) [4점]

① $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{10}}{3}$
③ $\sqrt{10}$ ④ $\frac{4\sqrt{10}}{3}$
⑤ $\frac{5\sqrt{10}}{3}$

20. 수학 내적 문제 해결 능력 - 행렬과 그래프

[4점] **정답** ②

x, y에 대한 연립방정식

$\begin{pmatrix} 2 & k+3 \\ k-4 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$의 해가 무수히 많으므로 행렬 $\begin{pmatrix} 2 & k+3 \\ k-4 & -3 \end{pmatrix}$의 역행렬이 존재하지 않아야 한다.

$\therefore 2\cdot(-3)-(k+3)(k-4)=0$

$k^2-k-6=0$

$(k+2)(k-3)=0$

$k=-2$ 또는 $k=3$

$k=-2$이면 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -6 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$이므로 해가 존재하지 않는다.

$k=3$이면 $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$이므로 직선 $x+3y=2$ 위의 모든 점 (x, y)는 주어진 연립방정식의 해이다.

이때, 직선 $x+3y=2$의 x절편은 2, y절편은 $\frac{2}{3}$이므로 구하는 두 점 사이의 거리는 두 점 $(2, 0)$, $\left(0, \frac{2}{3}\right)$ 사이의 거리와 같다.

$\therefore \sqrt{(2-0)^2+\left(0-\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{4+\frac{4}{9}}=\frac{2\sqrt{10}}{3}$

21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \to +0} f(x) = -\lim_{x \to -0} f(x) = f(0) = 2$
(나) $\lim_{x \to 3+0} f(x) = -\lim_{x \to 3-0} f(x) = f(3) = 2$
(다) 함수 $f(x)$는 $x=0$과 $x=3$에서만 불연속이다.

이때, 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x) = f(x)\{g(x) - g(-3)\}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 모든 실수 x에서 연속일 때, 삼차함수 $g(x)$는 $x=p$에서 극댓값을 가진다. 이때, 상수 p의 값은? [4점]

① $-\sqrt{3}$　② $-\sqrt{2}$　③ -1　④ $\sqrt{2}$　⑤ $\sqrt{3}$

21. 수학 내적 문제 해결 능력 - 다항함수의 미분법

[4점] **정답** ①

삼차함수 $g(x)$는 모든 실수 a에 대하여 연속함수이므로 $\lim_{x \to a} g(x) = g(a)$

따라서, 함수 $h(x)$가 모든 실수 x에서 연속이려면 $x=0$과 $x=3$에서만 연속이면 된다.

(i) $x=0$에서 연속일 조건

$\lim_{x \to +0} h(x)$
$= \lim_{x \to +0} f(x) \times \lim_{x \to +0} \{g(x) - g(-3)\}$
$= 2 \times \{g(0) - g(-3)\}$

$\lim_{x \to -0} h(x)$
$= \lim_{x \to -0} f(x) \times \lim_{x \to -0} \{g(x) - g(-3)\}$
$= -2 \times \{g(0) - g(-3)\}$

$h(0) = f(0)\{g(0) - g(-3)\}$
$= 2 \times \{g(0) - g(-3)\}$

이므로 함수 $h(x)$가 $x=0$에서 연속이려면

$g(0) - g(-3) = 0$

$\therefore g(0) = g(-3)$

(ii) $x=3$에서 연속일 조건

$\lim_{x \to 3+0} h(x)$
$= \lim_{x \to 3+0} f(x) \times \lim_{x \to 3+0} \{g(x) - g(-3)\}$
$= 2 \times \{g(3) - g(-3)\}$

$\lim_{x \to 3-0} h(x)$
$= \lim_{x \to 3-0} f(x) \times \lim_{x \to 3-0} \{g(x) - g(-3)\}$
$= -2 \times \{g(3) - g(-3)\}$

$h(3) = f(3)\{g(3) - g(-3)\}$
$= 2 \times \{g(3) - g(-3)\}$

이므로 함수 $h(x)$가 $x=3$에서 연속이려면

$g(3) - g(-3) = 0$

$\therefore g(3) = g(-3)$

(i), (ii)에서 $g(-3) = g(0) = g(3) = k$라 하면

$g(x) - k = ax(x+3)(x-3)$ $(a>0)$

으로 놓을 수 있다.

이때, $g(x) = a(x^3 - 9x) + k$이므로

$g'(x) = a(3x^2 - 9) = 0$에서 $x = \pm\sqrt{3}$이다.

따라서, 삼차함수 $g(x)$는 $x = -\sqrt{3}$에서 극댓값을 가진다.

$\therefore p = -\sqrt{3}$

27. $\log(1+n)$의 가수와 $\log(175-n)$의 가수가 서로 같도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점]

27. 이해력 - 지수함수와 로그함수 [4점] 정답 261

n은 자연수이고, 진수 조건에 의해 $1+n>0$이고 $175-n>0$이므로

$1 \le n < 175$

이때, 두 상용로그 $\log(1+n)$, $\log(175-n)$의 가수가 같으려면 등식

$1+n=(175-n)\times 10^k$ ⋯⋯ ㉠

을 만족시키는 정수 k가 존재해야 한다.

이때, $2 \le 1+n \le 175$, $1 \le 175-n \le 174$이므로 ㉠이 성립하려면

$-2 \le k \le 2$

이어야 한다.

(i) $k=-2$일 때

$1+n=(175-n)\times 10^{-2}$에서

$100+100n=175-n$을 만족시키는 자연수 n은 존재하지 않는다.

(ii) $k=-1$일 때

$1+n=(175-n)\times 10^{-1}$

$10+10n=175-n$

$11n=165$

$\therefore n=15$

(iii) $k=0$일 때

$1+n=(175-n)\times 10^{0}$

$1+n=175-n$

$2n=174$

$\therefore n=87$

(iv) $k=1$일 때

$1+n=(175-n)\times 10^{1}$

$1+n=1750-10n$

$11n=1749$

$\therefore n=159$

(v) $k=2$일 때

$1+n=(175-n)\times 10^{2}$에서

$1+n=17500-100n$을 만족시키는 n은 존재하지 않는다.

따라서, 구하는 자연수 n의 총합은

$15+87+159=261$

30. 두 자연수 a, b가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) $1<a<b<10$ (나) 두 곡선 $y=a^{x+1}$, $y=b^x$의 교점의 x좌표를 α라 하면 $1\le\alpha\le2$ 이다.

이때, a, b의 순서쌍 (a, b)의 개수를 구하시오. [4점]

30. 이해력 - 지수함수와 로그함수 [4점] **정답** 8

$a^{\alpha+1}=b^{\alpha}$에서 $a=\left(\dfrac{b}{a}\right)^{\alpha}$이므로 $\alpha=\log_{\frac{b}{a}}a$

(나)에서 $1\le\log_{\frac{b}{a}}a\le2$

$\log_{\frac{b}{a}}\dfrac{b}{a}\le\log_{\frac{b}{a}}a\le\log_{\frac{b}{a}}\left(\dfrac{b}{a}\right)^2$

(가)에서 $\dfrac{b}{a}>1$이므로 $\dfrac{b}{a}\le a\le\left(\dfrac{b}{a}\right)^2$

이때, $b\le a^2$이고 $a^3\le b^2$이므로

$a^3\le b^2\le a^4$

따라서, 구하는 순서쌍 (a, b)는 $(2, 3)$, $(2, 4)$, $(3, 6)$, $(3, 7)$, $(3, 8)$, $(3, 9)$, $(4, 8)$, $(4, 9)$의 8개이다.

[2012.09 종로]

6. 연속함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x+|x|$, $f(0)=1$이 성립한다. 이때 $f(-1)+f(2)$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10

④ 11 ⑤ 12

6. 함수 $f(x)$는 미분가능하므로 연속함수이다.

$$f'(x)=\begin{cases}4x & (x\geq 0)\\ 2x & (x<0)\end{cases}$$

$$f(x)=\int f'(x)dx=\begin{cases}2x^2+C_1 & (x\geq 0)(C_1 : \text{적분상수})\\ x^2+C_2 & (x<0)(C_2 : \text{적분상수})\end{cases}$$

$f(0)=1$이므로

$$\lim_{x\to+0} f(x)=\lim_{x\to-0} f(x)=f(0)$$

$$C_1=C_2=1$$

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+1 & (x\geq 0)\\ x^2+1 & (x<0)\end{cases}$$

$$\therefore f(-1)+f(2)=2+9=11$$

12. 수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=1,\ a_2=\frac{1}{2},\ 2a_{n+2}-a_{n+1}-a_n=0\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

을 만족할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

12. $2(a_{n+2}-a_{n+1})=-(a_{n+1}-a_n)$

$$a_{n+1}-a_n=(a_2-a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}\left\{(a_2-a_1)\left(-\frac{1}{2}\right)^{k-1}\right\}$$

$$=1+\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)}$$

$$=1+\frac{2}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)\left\{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right\}$$

$$=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} a_n=\frac{2}{3}$$

13. 다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = 8, \ \lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x-2} = 5$$

이때 $\lim_{x \to 2} \frac{f(f(x))}{x^2-4}$의 값은? [3점]

① 8 ② 10 ③ 12
④ 15 ⑤ 20

13. $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)}{x-2} = 5$이므로 $\lim_{x \to 2} f(x) = 0$이다.

$$\therefore \lim_{x \to 2} \frac{f(f(x))}{x^2-4} = \lim_{x \to 2} \frac{f(f(x))}{f(x)} \cdot \frac{f(x)}{x-2} \cdot \frac{1}{x+2}$$

$$= 8 \times 5 \times \frac{1}{4} = 10$$

14. 두 이차정사각행렬 A, B에 대하여 옳은 것만을 〈보기〉에서 있는 대로 고른 것은? (단, E는 단위행렬이다.) [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $AB=A+B$이면 $AB=BA$이다.
ㄴ. $A^2B=ABA$이면 $AB^2=BAB$이다.
ㄷ. $A^2B=E$이면 $A^2B^2=(AB)^2$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. ㄱ. $AB=A+B$

$(A-E)(B-E)=E$

$(B-E)(A-E)=E$

$\therefore AB=BA$ $\quad\therefore$ 참

ㄴ. 【반례】 $A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$

$A^2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$,

$AB=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=A$,

$B^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}=B$,

$BA=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$

$\therefore A^2B=A(BA)=O$이지만

$AB^2=AB=A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$, $(BA)B=O$이므로 $AB^2\neq BAB$이다. $\quad\therefore$ 거짓

ㄷ. $A^2B=A(AB)=(AA)B=E$ ······ ㉠

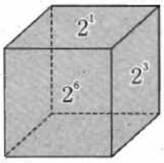
$\therefore (BA)A=B(AA)=E(\because$ ㉠$)$ ······ ㉡

㉠, ㉡에서 $AB=A^{-1}=BA$

$\therefore A^2B^2=AABB=ABAB=(AB)^2$ $\quad\therefore$ 참

따라서, 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

17. 그림과 같이 각 면에 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6의 수가 각각 한 번씩 적혀 있는 정육면체가 있다. 이 정육면체를 4번 던질 때, 바닥에 닿는 면에 있는 수를 차례로 a, b, c, d라 하자. 이때 이 네 수 a, b, c, d의 곱을 3으로 나눈 나머지가 1이 될 확률은? [4점]



① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{7}{16}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

17. 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6을 3으로 나눈 나머지는 각각 2, 1, 2, 1, 2, 1이다.

3으로 나눈 나머지가 1, 2인 것 중 4번을 선택해서 곱한 경우에 3으로 나눈 나머지가 1이 되는 경우는 1만 네 번인 경우와, 1 두 번, 2 두 번인 경우, 2만 네 번인 경우가 있다.

(i) 1만 네 번인 경우

$${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^0=\frac{1}{16}$$

(ii) 1 두 번, 2 두 번인 경우

$${}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{6}{16}$$

(iii) 2만 네 번인 경우

$${}_4C_0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$$

$$\therefore \frac{1}{16}+\frac{6}{16}+\frac{1}{16}=\frac{1}{2}$$

18. 함수 $f(x)$가 $f(-x)=-f(x)$를 만족한다. 임의의 실수 x에 대하여

$$\int_{-x}^{x}\{t^3+t^2f(t)+tf(t)+1\}dt=2x^5-4x^3+2x$$

을 만족할 때, $f(2)$의 값은? [4점]

① 22 ② 24 ③ 26
④ 28 ⑤ 30

18. $\int_{-x}^{x}\{t^3+t^2f(t)+tf(t)+1\}dt$

$=\int_{-x}^{x}\{t^3+t^2f(t)\}dt+\int_{-x}^{x}\{tf(t)+1\}dt$

$=0+2\int_{0}^{x}\{tf(t)+1\}dt$

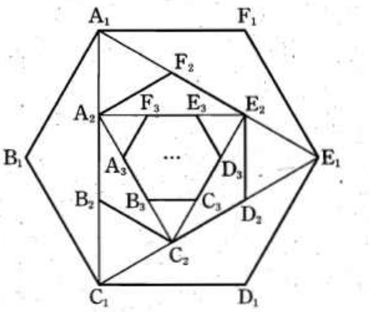
따라서, $2\int_{0}^{x}\{tf(t)+1\}dt=2x^5-4x^3+2x$이므로 양변을 x에 대하여 미분하면

$xf(x)+1=5x^4-6x^2+1$

$\therefore f(x)=5x^3-6x$

$\therefore f(2)=40-12=28$

21. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$을 H_1이라 하고, 세 점 A_1, C_1, E_1을 연결하여 만든 삼각형을 T_1이라 하자. 삼각형 T_1의 세 변을 각각 삼등분한 점들을 차례로 A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2라 하고, 이 점들을 연결하여 만든 육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$를 H_2, 세 점 A_2, C_2, E_2를 연결하여 만든 삼각형을 T_2라 하자. 다시 삼각형 T_2의 세 변을 각각 삼등분한 점들을 차례로 A_3, B_3, C_3, D_3, E_3, F_3라 하고, 육각형 $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$를 H_3, 삼각형 $A_3C_3E_3$을 T_3이라 하자. 이와 같은 방법으로 도형 H_1, H_2, H_3, $\cdots$와 도형 T_1, T_2, T_3, $\cdots$을 만들어 나갈 때, 도형 H_n의 넓이를 S_n이라 하면, $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} S_k$의 값은? [4점]



① $8\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $9+4\sqrt{3}$
④ $9+9\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{3}$

21. $S_1=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times2^2=6\sqrt{3}$

$\overline{A_1C_1}=2\times2\times\cos30^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{A_2B_2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\overline{A_1B_1}:\overline{A_2B_2}=2:\dfrac{2\sqrt{3}}{3}=1:\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ S_1:S_2=1:\dfrac{1}{3}$

따라서, S_n은 첫째항이 $6\sqrt{3}$이고, 공비가 $\dfrac{1}{3}$인 등비수열을 이룬다.

$\therefore\ \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}S_k=\dfrac{6\sqrt{3}}{1-\dfrac{1}{3}}=9\sqrt{3}$

28. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음과 같이 정의된다.

$f(x)=|x-a|-a$ (a는 상수)

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-1}{x^2-1} & (x\neq1) \\ 0 & (x=1) \end{cases}$$

함수 $y=f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속일 때, $100a$의 값을 구하시오. [4점]

28. $f(x)=|x-a|-a$

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+x+1}{x+1} & (x\neq1) \\ 0 & (x=1) \end{cases}$$

$f(1)g(1)=(|a-1|-a)\times0=0$

$\lim_{x\to1} f(x)g(x)=(|a-1|-a)\times\dfrac{3}{2}=0$

함수 $y=f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속이므로

$|a-1|-a=0$

$\therefore |a-1|=a$

$a-1=a$ 또는 $a-1=-a$

$\therefore a=\dfrac{1}{2}$

$100a=100\times\dfrac{1}{2}=50$

29. 배터리를 생산하는 A사에서는 새로운 공정을 도입하여 새 배터리를 생산하는데 새 배터리의 사용 시간은 정규분포를 따른다고 한다. 새 배터리 사용 시간의 평균 m을 알아보기 위해 임의로 n개의 제품을 뽑아 조사했다. n개 제품의 평균이 $\overline{X}$, 표준편차가 9이었다. 이 표본을 이용하여 A사에서 생산하는 새 배터리 전체의 사용 시간의 평균 m을 신뢰도 95%인 신뢰구간으로 추정하였더니, $158.04 \le m \le 161.96$이었다. 이때 n의 값을 구하시오. (단, $P(|Z| \le 1.96) = 0.95$) [4점]

29. 모집단의 표준편차가 주어져 있지 않으므로 표본의 표준편차를 대신해서 쓴다.

배터리의 사용 시간을 X라 하면

$X \sim N(m, 9^2)$

$\therefore \overline{X} \sim N\left(m, \frac{9^2}{n}\right)$

95%의 신뢰도로 m을 추정하면

$158.04 \le m \le 161.96$이므로

$\overline{X} = 160$이고 $\overline{X} - 1.96\frac{9}{\sqrt{n}} \le m \le \overline{X} + 1.96\frac{9}{\sqrt{n}}$에서

$\overline{X} + 1.96\frac{9}{\sqrt{n}} - \left(\overline{X} - 1.96\frac{9}{\sqrt{n}}\right)$

$= 2 \times 1.96\frac{9}{\sqrt{n}}$

$= 161.96 - 158.04 = 3.92$

$\therefore \frac{9}{\sqrt{n}} = 1 \qquad \therefore n = 81$

[오답노트 09차 ~]

2012.09 대성	7 9 11 12 13
	15 17 18 19 20
	27 28 29 30
2012.09 중앙	10 11 14 15 16
	17 19 20 21 27
	30
2012.09 종로	6 12 13 14 17
	18 21 28 29