

# 패턴4

지표와 가수의 성질

편집:우에노리에

1. **2006** **평가원 (3점)**

$\log x$ 의 가수  $\alpha$ 가  $0 < \alpha < \frac{1}{4}$ 일 때,  $\log x^2$ 의 가수와  $\log \frac{\sqrt{10}}{x^2}$ 의 가수의 합은?

- ① 1                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $\frac{1}{3}$   
 ④  $\frac{1}{4}$                       ⑤  $\frac{1}{5}$

2. **2009** **교육청 (3점)**

자연수  $k$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\log k$ 의 지표는 5이다.

(나)  $\log \frac{\sqrt{k}}{7}$ 의 가수는 0이다.

$\frac{k}{1000}$ 의 값을 구하시오.

3. **2007** **평가원 (3점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표를  $f(x)$ , 가수를  $g(x)$ 라 하자.

양수  $a, b$ 에 대하여 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $f(a^2) = 2f(a)$

ㄴ.  $f(a^2) + g(a^2) = 2f(a) + 2g(a)$

ㄷ.  $g(a) + g(b) = 1$ 이면  $ab$ 는 정수이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. **2009** **교육청 (3점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 하자.  $a, b$ 가 두 자리 자연수일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $f(ab) = f(b)$  이면  $f(a) = 0$  이다.  
 ㄴ.  $f(a^2) = f(a)$  를 만족시키는  $a$  는 1개이다.  
 ㄷ.  $f(ab) = 0$  을 만족시키는 순서쌍  $(a, b)$  는 4개이다.

- ① ㄴ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. **2008** **교육청 (3점)**

$\log_{10} A$ 의 지표를  $n$ , 가수를  $\alpha$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ.  $n = \alpha$ 이기 위한 필요충분조건은  $A = 1$ 이다.  
 ㄴ.  $\log_{10} 10A$ 의 가수와  $\log_{10} \frac{10}{A}$ 의 가수는 같다.  
 ㄷ.  $\log_{10} 100A$ 의 지표와  $\log_{10} \frac{A}{100}$ 의 지표의 합은  $2n$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. **2008** **교육청 (3점)**

$x > 1$  인 실수  $x$  에 대하여  $\log_{10} x$  의 지표를  $n$  이라 할 때, 옳은 것을 보기에서 모두 고르면? (단,  $[x]$  는  $x$  를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

< 보 기 >

ㄱ.  $[\log_{10} x] = n$

ㄴ.  $\log_{10} 1000x$  의 지표는  $3n$  이다.

ㄷ.  $\log_{10} x - [\log_{10} x] = \frac{1}{2}$  이면  $x^2$  은  $2n+2$  자리의 정수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. **2005** **교육청 (3점)**

양수  $A$ ,  $\frac{1}{A}$  의 상용로그에서 지표의 합은  $a$  이고, 가수의 합은  $b$  이다. 이 때,  $a^2 + b^2$  의 값은?(단,  $\log A$  의 가수는 0 이 아니다.)

- ①  $\frac{1}{2}$                       ② 1                      ③  $\frac{3}{2}$   
 ④ 2                      ⑤  $\frac{5}{2}$

8. **2008** **교육청 (3점)**

$\log a$  의 지표가 5 이고  $\log a$  의 가수와  $\log \sqrt{a}$  의 가수의 합이  $\frac{3}{4}$  일 때,  $\log a$  의 값은?

- ①  $\frac{31}{6}$                       ②  $\frac{16}{3}$                       ③  $\frac{11}{2}$   
 ④  $\frac{17}{3}$                       ⑤  $\frac{35}{6}$

9. **2005** **교육청 (3점)**

$\log_{10} \sqrt{x} = -\frac{14}{3}$  를 만족시키는  $x$  에 대하여  $\log_{10} x$  의 지표와 가수를 각각  $n, \alpha$  라 할

때,  $\frac{n}{\alpha}$  의 값은?

- ① -11                      ② -12                      ③ -13  
④ -14                      ⑤ -15

10. **2005** **교육청 (3점)**

<보기>의 상용로그 중 그 가수가  $\log A$  의 가수와 항상 같은 것을 모두 고른 것은?  
(단,  $A$  는 양수이다.)

<보 기>		
ㄱ. $\log 10A$	ㄴ. $\log A^{10}$	ㄷ. $\log \frac{10}{A}$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. **2004** **평가원 (3점)**

$\log A$  의 지표와 가수가 이차방정식  $2x^2 - 33x + k = 0$  의 두 근일 때, 상수  $k$  의 값을 구하시오.

12. **2011** **평가원 (3점)**

양의 정수  $n$  에 대하여  $\log n$  의 지표를  $f(n)$ , 가수를  $g(n)$  이라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 양의 정수  $n$  의 개수는?

(가) $f(3) < f(n) < f(2011)$
(나) $\{g(n)\}^2 - g(n) + \log 2 \cdot \log 5 < 0$

- ① 326                      ② 328                      ③ 330  
④ 332                      ⑤ 334

13. **2007** **교육청 (4점)**

$\log_{10} x = [\log_{10} x]$ 를 만족하는  $0 < x < 1$ 인 모든  $x$ 값들의 합을  $S$ 라 할 때,  $99S$ 의 값을 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수)

14. **2007** **평가원 (4점)**

다음 두 조건을 동시에 만족시키는 자연수  $x$ 의 개수를 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

(가)  $200 \leq x \leq 300$

(나)  $[\log_2 x] = [\log_3 x] + [\log_4 x]$

15. **2007** **평가원 (4점)**

두 양수  $x, y$ 에 대하여

$$\log x = 6 + \alpha \quad \left(0 < \alpha < \frac{1}{4}\right)$$

$$\log y = 1 + \beta \quad \left(\frac{1}{2} < \beta < 1\right)$$

이다.  $\frac{x^2}{y}$ 의 정수 부분이  $n$ 자리의 수일 때,  $n$ 의 값을 구하시오.

16. **2006** **평가원 (4점)**

자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를  $A_k = \{l \mid l \text{은 자연수, } (\log l \text{의 지표}) = (\log k \text{의 지표})\}$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

- < 보 기 > —
- ㉠.  $A_{10} = A_{99}$
  - ㉡.  $n(A_{100}) = 10n(A_{10})$  (단,  $n(A)$ 는 집합  $A$ 의 원소의 개수이다.)
  - ㉢.  $A_p \cap A_q \neq \emptyset$ 이면  $A_p = A_q$ 이다. (단,  $p$ 와  $q$ 는 자연수이다.)

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

17. **2011** **교육청 (4점)**

세 자리 이하의 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(n) = 10(\log n - [\log n])$$

일 때,  $[f(n)] \leq 3$ 을 만족시키는  $n$ 의 개수를 구하시오.

(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이고  $\log 2.51 = 0.3997$ ,  $\log 2.52 = 0.4014$ 로 계산한다.)

18. **2010** **교육청 (4점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

【 보 기 】

ㄱ.  $f(2010) = f(0.201)$

ㄴ.  $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y)$

ㄷ.  $x > 1$ ,  $y > 1$ ,  $f(x) + f(y) = 0$ 이면  $x$ ,  $y$ 는 모두 정수이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. **2010** **교육청 (4점)**

다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $n$ 의 값의 합을 구하시오.

(가)  $1 < n < 10$

(나)  $\log \frac{1}{n}$ 의 가수는  $\log n^2$ 의 가수보다 크다.

20. **2010** **교육청 (4점)**

$\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x), g(x)$ 라 하자. 실수  $M$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $10 \leq M < 100$   
 (나)  $f(M^2) = f(M) + 1$   
 (다)  $g(M^2) = 1 - g(M)$

$36 \log M$ 의 값을 구하시오.

21. **2006** **교육청 (4점)**

$x, y$ 가 각각 2자리, 3자리의 자연수일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

- <보 기> —————
- ㄱ.  $xy$ 는 4자리 또는 5자리의 자연수이다.  
 ㄴ.  $y = 10x$ 이면  $\log_{10} x$ 와  $\log_{10} y$ 의 가수는 같다.  
 ㄷ.  $\frac{1}{x}$ 은 소수 둘째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수가 나타난다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. **2012** **교육청 (4점)**

다음 조건을 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수는? (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- (가)  $[\log_3 n] = 3$   
 (나)  $[\log n^2] = [\log 2n] + 2$

- ① 12                      ② 14                      ③ 16  
 ④ 18                      ⑤ 20



23. **2004** **평가원 (4점)**

다음 두 조건을 만족시키는 실수  $x$ 를 모두 곱한 값을  $M$ 이라 할 때,  $\log_{10} M$ 의 값을 구하시오. (단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

$$\begin{aligned} \text{I. } [\log_{10} x] &= 6 \\ \text{II. } \log_{10} x^2 - [\log_{10} x^2] &= \log_{10} \frac{1}{x} - \left[ \log_{10} \frac{1}{x} \right] \end{aligned}$$

24. **2005** **평가원 (4점)**

자연수  $n$ 에 대하여  $\log n$ 의 지표와 가수를 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

————— <보 기> —————

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } f(n) = g(n) \text{ 이기 위한 필요충분조건은 } n = 1 \text{ 이다.} \\ \text{ㄴ. } 10^{f(50)} \times 10^{g(50)} = 50 \\ \text{ㄷ. } f(10n)g(10n) = f(n)g(n) + g(n) \end{aligned}$$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

25. **2005** **교육청 (4점)**

1이 아닌 두 양수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $n \leq \log_a b < n+1$  ( $n$ 은 정수)이 성립할 때,  $f(a, b) = n$ 으로 정의한다. 옳은 내용을 <보기>에서 모두 고른 것은?

————— <보 기> —————

$$\begin{aligned} \text{ㄱ. } f(2, 9) &= 4 \text{ 이다.} \\ \text{ㄴ. } f(a, b) &= 2 \text{ 이면 } f(b, a) = 0 \text{ 이다.} \\ \text{ㄷ. } f(a, b) &= -2 \text{ 이면 } f(b, a) = -1 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. **2012** **교육청 (4점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는  $x$ 의 값은  $10^{\frac{n}{m}}$ 이다.

- (가)  $f(x) = g(x^2) + g(x^3)$   
 (나)  $g(x^2) > g(x^3) > g(x^4)$

이때,  $m+n$ 의 값을 구하시오. (단,  $m$ ,  $n$ 은 서로소인 자연수이다.)

27. **2012** **평가원 (4점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 가수를  $f(x)$ 라 할 때,  $f(2x) \leq f(x)$ 를 만족시키는 100보다 작은 자연수  $x$ 의 개수는?

- ① 55                      ② 57                      ③ 59  
 ④ 61                      ⑤ 63

28. **2007** **평가원 (4점)**

자연수  $n$ 에 대하여 상용로그  $\log 2^n$ 의 지표를  $a_n$ 이라 할 때, 수열  $\{b_n\}$ 을

$$b_n = \begin{cases} 1 & (a_{n+1} > a_n) \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \\ 0 & (a_{n+1} \leq a_n) \quad (n = 1, 2, 3, 4, \dots) \end{cases}$$

으로 정의한다.  $\sum_{k=1}^{200} b_k$ 의 값은?

(단,  $\log 2 = 0.3010$ 이다.)

- ① 68                      ② 66                      ③ 64  
 ④ 62                      ⑤ 60

29. **2007** **교육청 (4점)**

$1 < a < 10$ 인  $a$ 에 대하여  $\log_{10} a^3$ 의 가수와  $\log_{10} \sqrt{a}$ 의 가수의 합이 1이 될 때, 모든  $a$ 의 값의 곱을  $10^{\frac{q}{p}}$ 이라 하자. 이 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수이다.)

30. **2007** **교육청 (4점)**

$x \geq 1$ 일 때,  $\log_2 x$ 의 정수 부분을  $f(x)$ 라고 하자. 방정식  $f(2x+12) = f(x) + 3$ 의 해를  $\alpha \leq x < \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 1                      ② 2                      ③ 3  
④ 4                      ⑤ 5

31. **2007** **교육청 (4점)**

두 자리의 자연수  $N$ 에 대하여  $\log N$ 의 가수가  $\alpha$ 일 때,

$$\frac{1}{2} + \log N = \alpha + \log_4 \frac{N}{8} \quad \text{만족시키는 } N \text{의 값을 구하시오.}$$

32. **2008** **교육청 (4점)**

$A$ 는 세 자리의 자연수이고,  $B$ 는 900보다 큰 세 자리의 자연수이다.  $\log B$ 의 가수가  $\log A$ 의 가수의 2배일 때, 자연수  $A$ 의 값을 구하시오.

33. **2008** **평가원 (4점)**

두 자리의 자연수  $n$ 에 대하여  $\log_9 n - [\log_9 n]$ 이 최대가 되는  $n$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $[x]$ 는  $x$ 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

34. **2008** **교육청 (4점)**

$\log x$ 의 지표가 4이고  $\log y$ 의 지표가 1일 때,  $\left(\log \frac{x}{y}\right)\left(\log \frac{y}{x}\right)$ 의 값 중에서 정수의 개수를 구하시오.

35. **2011** **평가원 (4점)**

양수  $x$ 에 대하여  $\log x$ 의 지표와 가수를 각각  $f(x)$ ,  $g(x)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 곱은?

(가)  $f(x) + 3g(x)$ 의 값은 정수이다.

(나)  $f(x) + f(x^2) = 6$

- ①  $10^4$                       ②  $10^{\frac{13}{3}}$                       ③  $10^{\frac{14}{3}}$   
④  $10^5$                       ⑤  $10^{\frac{16}{3}}$



- 1) 정답 ②
- 2) 정답 490
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 ②
- 5) 정답 ③
- 6) 정답 ③
- 7) 정답 ④
- 8) 정답 ①
- 9) 정답 ⑤
- 10) 정답 ①
- 11) 정답 16
- 12) 정답 ②
- 13) 정답 11
- 14) 정답 43
- 15) 정답 11
- 16) 정답 ⑤
- 17) 정답 170
- 18) 정답 ③
- 19) 정답 6
- 20) 정답 48
- 21) 정답 ③
- 22) 정답 ④
- 23) 정답 19
- 24) 정답 ⑤
- 25) 정답 ④
- 26) 정답 14
- 27) 정답 ①
- 28) 정답 ⑤
- 29) 정답 19
- 30) 정답 ⑤
- 31) 정답 64
- 32) 정답 310
- 33) 정답 80
- 34) 정답 11
- 35) 정답 ②
- 36) 정답 ③
- 37) 정답 77
- 38) 정답 ⑤