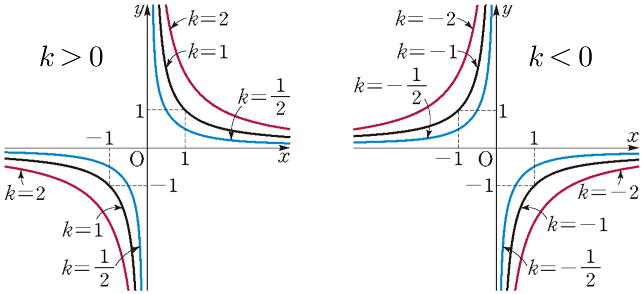
Day11. 유리함수, 무리함수

#유리함수 $y=\dfrac{k}{x}\,(k\neq 0)$의 그래프

: $k>0$이면 제1, 3사분면, $k<0$이면 제2, 4사분면

: $|k|$ 값이 커질수록 원점에서 멀어짐



#유리함수 $y=\dfrac{k}{x-p}+q\,(k\neq 0)$의 그래프

0=

: 점근선 $x=p$, $y=q$

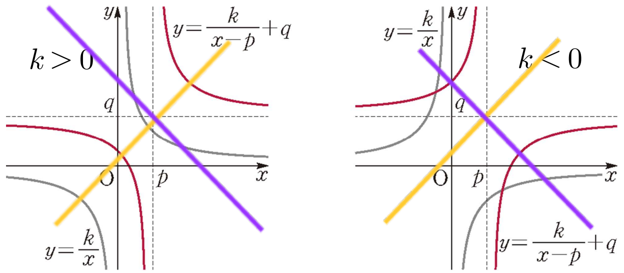
: 정의역은 $x=p$를 제외한 실수 전체의 집합

: 치역은 $y=q$를 제외한 실수 전체의 집합

: 점 (p, q)에 대하여 대칭

: 직선 $y=\pm(x-p)+q$에 대하여 대칭

(p, q) 지나고
기울기 ±1



#유리함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\,(ad-bc\neq 0,\ c\neq 0)$의 그래프 그리기

Q. $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$의 그래프를 그리시오.

Step1. $y=\dfrac{k}{x-p}+q$꼴로 바꾼다. (Tip 나머지정리)

Step2. 점근선을 표시한다.

Step3. k의 부호를 보고 그래프를 그린다.

Step 1.

$$\frac{3x+2}{x-1}=\frac{\overset{\oplus}{5}}{x-1}+3$$

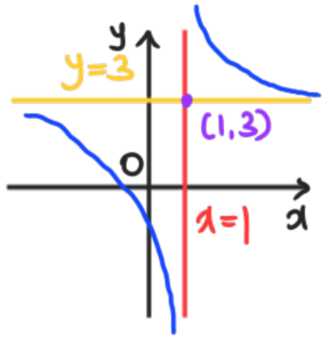
$$x-1\,\overline{)\,3x+2\,}\quad \text{몫 } 3,\quad 3x-3,\quad 5$$

$3x+2=3(x-1)+5$

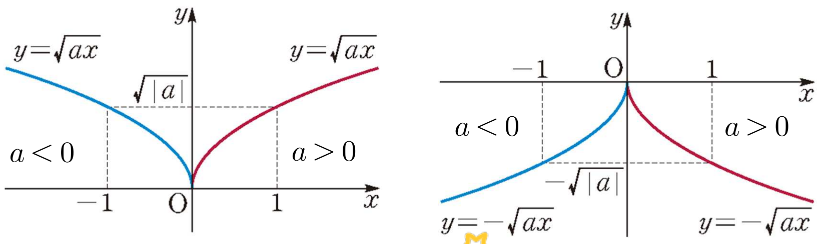
$x-1$로 나눈 나머지
→ $x=1$ 대입

Step 2. $x=1$, $y=3$

Step 3.



#무리함수 $y=\sqrt{ax}$, $y=-\sqrt{ax}$ $(a \neq 0)$의 그래프



: $y=x^2+1(x \geq 0)$는 $y=\sqrt{x-1}$의 역함수 역함수 보는 눈썰미

#무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$, $y=-\sqrt{ax+b}+c(a \neq 0)$ 의 그래프 그리기

Q. $y=-\sqrt{6-2x}+2$의 그래프를 그리시오.

Step1. $y=\pm\sqrt{a(x-p)}+q$꼴로 바꾼다.

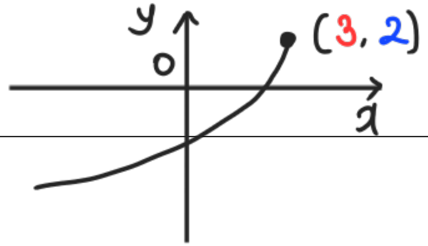
Step2. 점 (p, q)를 표시한다.

Step3. a의 부호와 루트 앞의 부호를 보고 그래프를 그린다.

Step 1. $y=-\sqrt{-2(x-3)}+2$

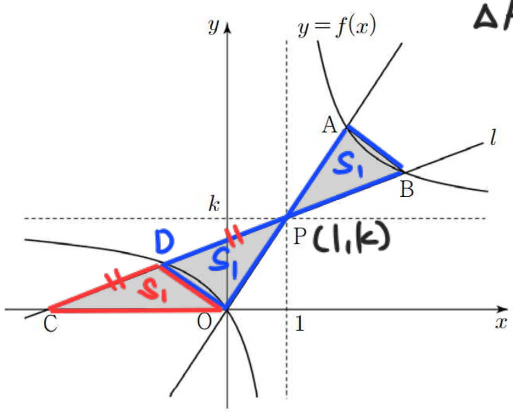
Step2. $(3, 2)$ 가 시작점(정식 용어 아님)

Step3. 둘다 음수. 모양.



20160930(고2나)

30. 그림과 같이 함수 $f(x)=\dfrac{k}{x-1}+k\ (k>1)$의 그래프가 있다. 점 $\mathrm{P}(1,\ k)$에 대하여 직선 OP와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 점 중에서 원점이 아닌 점을 A라 하자. 점 P를 지나고 원점으로부터 거리가 1인 직선 l이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 B, x축과 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 PBA의 넓이를 S_1, 삼각형 PCO의 넓이를 S_2라 할 때, $2S_1=S_2$이다. 상수 k에 대하여 $10k^2$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, 직선 l은 좌표축과 평행하지 않다.) [4점]



△APB, △OPD 합동(∵점 P에 대한 대칭)

△CDO = △PDO = S_1

이므로 $\overline{CD}=\overline{DP}$.

C(a,0)라 하면

D는 $\overline{CP}$의 중점 $\left(\frac{a+1}{2}, \frac{k}{2}\right)$

$y=f(x)$에 대입

$\frac{k}{2}=\frac{k}{\frac{a-1}{2}}+k$

$\frac{k}{-2}=\frac{k}{\frac{a-1}{2}}$, $a=-3$

C(-3, 0), D(-1, $\frac{k}{2}$)

C(-3,0), P(1,k)를 지나는 직선 l: $kx-4y+3k=0$

원점까지의 거리 $d=\dfrac{|3k|}{\sqrt{k^2+16}}=1$

$9k^2=k^2+16$, $k^2=2$

$k=\sqrt{2}$ (∵$k>1$)

$\boxed{20}$