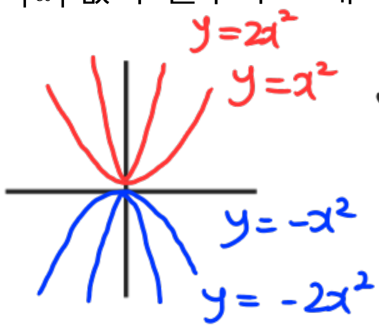
Day3. 이차함수와 이차방정식

#이차함수 $y=ax^2(a \neq 0)$

: 포물선 모양

: $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록

: $|a|$값이 클수록 그래프의 폭이 좁아짐



x 축에 대칭

#이차함수 $y=a(x-p)^2+q$(단, a, p, q는 상수, $a \neq 0$)

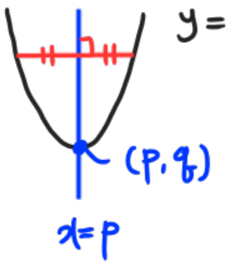
: $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼,

y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것

: 꼭짓점의 좌표 (p, q) ⇝ 최대, 최소와 관련

: 축의 방정식 $x=p$에 선대칭

* 이차함수에서 중요한 것



$y=a(x-p)^2+q$ $(a>0)$

① 최대, 최소
② 대칭성

꼭짓점과 관련.

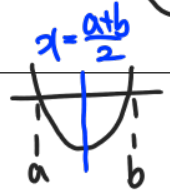
* 이차함수에서

① 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f(p)$

⇒ 축 $x=p$

② $f(a)=f(b)$

⇒ 축 $x=\frac{a+b}{2}$,



#이차함수 그래프와 최대, 최소

① $y=a(x-p)^2+q$꼴로 표현 후

② 꼭짓점을 찾고

③ a의 부호를 보고 그래프 개형을 그리고

④ 상황에 따라 필요한 점(범위의 경계)을 더 표시해줌

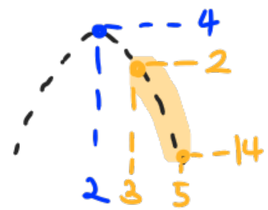
※ 꼭짓점의 포함 여부가 중요

→ $y=-2x^2+8x-4\,(3 \leq x \leq 5)$의 최댓값, 최솟값은?

2　　-14

$= -2(x^2-\underbrace{4x+4}_{\text{반의 제곱}})+8-4$

$= -2(x-2)^2+4$



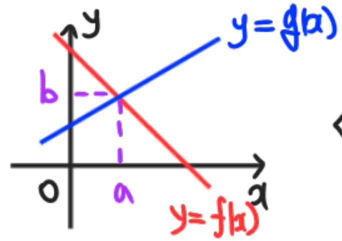
#그래프의 교점과 방정식의 실근

: $y=f(x)$, $y=g(x)$ 그래프의 교점이 (a, b)

⇔ 연립방정식 $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$의 실근 $x=a$, $y=b$

⇔ 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근 $x=a$

①



⇔

② $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$ 의 실근이 $x=a$, $y=b$

⇔

③ $f(x)=g(x)$ 의 실근이 $x=a$

고1 수학 복습 # Day3. 이차함수와 이차방정식

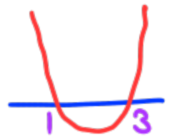
① 몇개? ②있다면 어디?

#이차함수의 그래프와 x축

: $y=x^2-4x+3$, $y=0$ (x축) 그래프의 교점이 (1,0), (3,0)

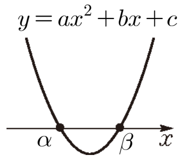
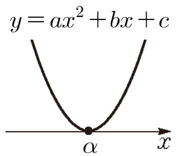
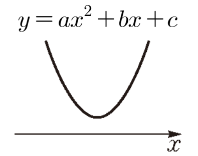
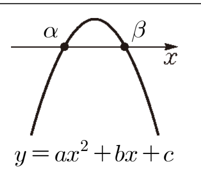
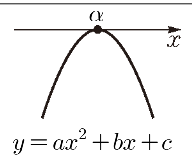
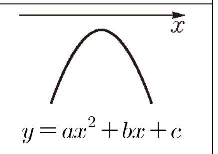
$\Leftrightarrow$ 방정식 $x^2-4x+3=0$의 실근이 x=1 또는 x=3

(x-1)(x-3)=0



: 위치 관계

$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$의 판별식 $D=b^2-4ac$

$ax^2+bx+c=0$의 판별식 D		$D>0$	$D=0$	$D<0$
$ax^2+bx+c=0$의 해		서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$	중근 α	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c$의 그래프와 x축의 교점의 개수 위치 관계		2 서로 다른 두 점에서 만난다.	1 한 점에서 만난다. (접한다.)	0 만나지 않는다.
$y=ax^2+bx+c$의 그래프	$a>0$			
	$a<0$			

x값 대입하여 찾기

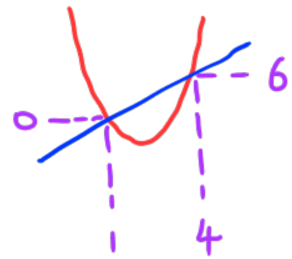
#이차함수의 그래프와 직선

: $y=x^2-3x+2$, $y=2x-2$의 교점이 (1,0), (4,6)

$\Leftrightarrow$ 방정식 $x^2-3x+2=2x-2$의 실근이 x=1 또는 x=4

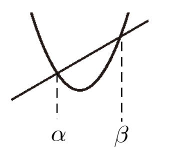
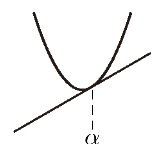
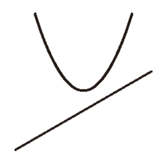
$x^2-5x+4=0$

(x-1)(x-4)=0



: 위치 관계

$ax^2+bx+c=mx+n(a\neq 0)$의 판별식 $D=b^2-4ac$

$ax^2+bx+c=mx+n$의 판별식 D	$D>0$	$D=0$	$D<0$
$ax^2+bx+c=mx+n$의 해	서로 다른 두 실근 α, $\beta(\alpha<\beta)$	중근 α	서로 다른 두 허근
$y=ax^2+bx+c(a>0)$의 그래프와 직선 $y=mx+n$의 위치 관계			
	서로 다른 두 점에서 만난다.	한 점에서 만난다. (접한다.)	만나지 않는다.

20190917

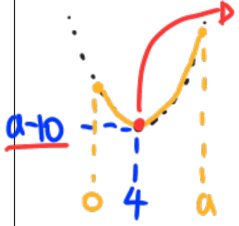
17. 양수 a에 대하여 $0 \le x \le a$에서 이차함수

$$f(x)=x^2-8x+a+6 = x^2-8x+16+a-10 = (x-4)^2+a-10$$

의 최솟값이 0이 되도록 하는 모든 a의 값의 합은? [4점]

꼭짓점 $(4, a-10)$

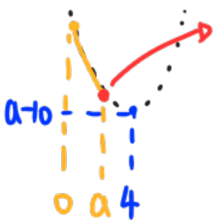
① 꼭짓점 포함 $(a \geq 4)$



$a-10=0$

$\therefore a=10$

② 꼭짓점 포함 X $(a<4)$



$f(a)=a^2-7a+6=0$

$a=1$, $\cancel{a=6}$ $(a<4)$

$\boxed{11}$

20201127

27. 좌표평면에서 직선 $y=t$가 두 이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2+3$, $y=-\frac{1}{2}x^2+x+5$의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의 개수가 3인 모든 실수 t의 값의 합을 구하시오. [4점]

① 꼭짓점

$y=\frac{1}{2}x^2+3 \rightarrow (0, 3)$

$y=-\frac{1}{2}x^2+x+5$

$= -\frac{1}{2}(x-1)^2+\frac{11}{2} \rightarrow (1, \frac{11}{2})$

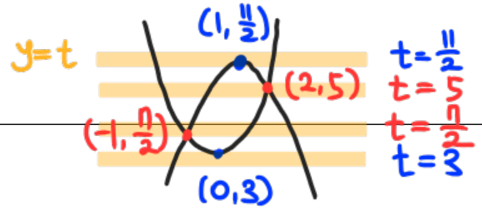
② 교점

$\frac{1}{2}x^2+3=-\frac{1}{2}x^2+x+5$

$x^2-x-2=0$

$x=-1$ 또는 $x=2$

$(-1, \frac{7}{2}), (2, 5)$



$\boxed{17}$

20170627

27. 최고차항의 계수가 $a\,(a>0)$인 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 직선 $y=4ax-10$과 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 두 점의 x좌표는 1과 5이다.
> (나) $1 \le x \le 5$에서 $f(x)$의 최솟값은 -8이다.

$100a$의 값을 구하시오. [4점]

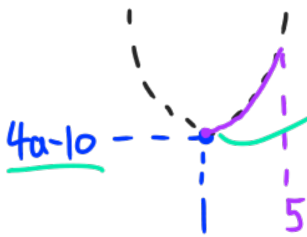
(가) $f(x)-(4ax-10) = a(x-1)(x-5)$

$f(x)-4ax+10 = ax^2-6ax+5a$

$f(x) = ax^2-2ax+5a-10$

$= a(x-1)^2+4a-10 \rightarrow$ 꼭짓점 좌표 $(1, 4a-10)$

(나) $a>0$ 이므로 아래로 볼록



최솟값 $4a-10=-8$

$a=\frac{1}{2}$

$\boxed{50}$