소인수분해(중1)

#소수

: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 자기 자신만을 약수로 갖는 수

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~

→ 100 이하 소수는 눈에 익혀두기

#소인수분해

: 1보다 큰 자연수를 그 수의 소인수만의 곱으로 나타내는 것

ex) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

: 자연수 N의 소인수분해

$$N = p_1^{n_1} \times p_2^{n_2} \times \cdots \times p_m^{n_m}$$

(p_1, $\cdots$, p_m은 서로 다른 소수, n_1, $\cdots$, n_m은 자연수)

최대공약수와 최소공배수(중1)

#최대공약수

최대공약수의 약수

: 공통인 약수가 공약수, 공약수 중 가장 큰 것이 최대공약수

ex) 12 의 약수 1, 2, 4, 3, 6, 12

20 의 약수 1, 2, 4, 5, 10, 12

↳ 공약수 └ 최대공약수

* 최소공약수?

↳ 항상 1이므로 이런 용어 쓰지 않음

#서로소

: 최대공약수가 1인 두 자연수

: 그렇다면 1과 1은 서로소?

2와 3, 9와 10, 1과 2, 1과 1 모두 서로소

#최소공배수

: 공통인 배수가 공배수, 공배수 중 가장 작은 것이 최소공배수

└ 최소공배수의 배수

* 최대공배수?

↳ 제한 없이 계속 커지므로 최대공배수는 없다.

Day1. 소인수분해, 공배수, 공약수

20170322

22. 두 수 $2^2\times3^3$, $2^3\times3\times5^4$ 의 최대공약수를 구하시오. [3점]

$2^2\times3$

20130308

8. 세 수 24, $2^2\times3\times5$, $2^2\times3^2\times7$ 의 최소공배수는? [3점]

$2^3\times3$

$2^3\times3^2\times5\times7$

Tip!

#약수의 개수, 약수의 합

: $12=2^2\times3^1$ 의 약수의 개수, 약수의 합

	1	2^1	2^2
1	1×1	1×2^1	1×2^2
3^1	$3^1\times1$	$3^1\times2^1$	$3^1\times2^2$

$(1+1)$개

$(2+1)$개

$1\times(1+2^1+2^2)$

$+\ 3^1\times(1+2^1+2^2)$

$(1+3^1)\times(1+2^1+2^2)$

개수 $(2+1)\times(1+1)$ 개

총합 $(1+3^1)\times(1+2^1+2^2)$

제곱근(중3)

#제곱근

: $x^2=a$일 때, x를 a의 제곱근이라 한다.

* $2^2=4$, $(-2)^2=4 \rightarrow$ 4의 제곱근 2, -2

#근호

: 기호 $\sqrt{\ }$를 근호라 한다.

: a의 양의 제곱근을 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근을 $-\sqrt{a}\,(a>0)$

: $\sqrt{a}$를 제곱근 a, 루트 a라 읽는다.

* 실수 $a=\sqrt{b} \rightarrow a\geq 0,\ b\geq 0$ 임을 Check!

#제곱근의 성질

① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ (단, $a>0$)

② $\sqrt{a^2}=|a|$, $\sqrt{(-a)^2}=|a|$

③ $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$ (단, $a>0$, $b>0$)

④ $\sqrt{a}\div\sqrt{b}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$ (단, $a>0$, $b>0$)

①~④
→ 정의를 이용하여 설명해보기
②는 결론도 외우기

20180301

1. $\sqrt{18}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$ 의 값은? [2점]

"미지수처럼 생각하고 동류항처럼 더하고 빼고"

$=\sqrt{9}\times\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$=0$

20060302

2. $\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}-\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ 의 값은? [2 점]

"유리화"
→ $\sqrt{\ }$ 부분 부호 바꾸어서 분자, 분모에 곱하기

$=\dfrac{2+\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})}-\dfrac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$

$=(2+\sqrt{3})-(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$

20120304

4. $x=2-\sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{(x+1)^2}+\sqrt{(x-1)^2}$ 의 값은? [3점]

$=|x+1|+|x-1|$

$=|3-\sqrt{5}|+|1-\sqrt{5}|$

$=3-\sqrt{5}-(1-\sqrt{5})$

$=2$

* $2<\sqrt{5}<3$

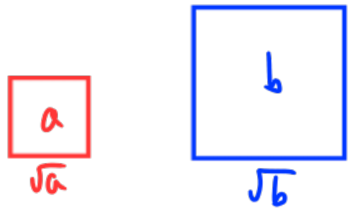
제곱근(중3)

#제곱근의 대소 관계

: $a>0,\ b>0$일 때

① $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$

② $\sqrt{a}<\sqrt{b}$ 이면 $a<b$



↳ 정사각형 한 변 길이 길수록 넓이도 넓어진다.

#Tip! 제곱 수 외우기

$11^2=121$	$12^2=144$	$13^2=169$	$14^2=196$	$15^2=225$
$16^2=256$	$17^2=289$	$18^2=324$	$19^2=361$	$20^2=400$

* 외우는 팁 $(10+a)^2 = 100+20a+a^2$, $14^2 = 100+80+16$

#Tip! 배수 판정법(Day1 내용)

① 2의 배수 : 끝 자리의 숫자가 0, 2, 4, 6, 8인 수

② 3의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수인 수

③ 4의 배수 : 끝 두 자리의 수가 00 또는 4의 배수인 수

④ 5의 배수 : 끝 자리의 숫자가 0 또는 5인 수

⑤ 8의 배수 : 끝 세 자리의 수가 000 또는 8의 배수인 수

⑥ 9의 배수 : 각 자리의 숫자의 합이 9의 배수인 수

20170324

$\sqrt{4}$

24. 부등식 $2<\sqrt{3x}<\sqrt{26}$ 을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하시오. [3점]

$4<3x<26$

$x=2,3,\cdots,8$ $\boxed{7}$

20180317

17. 자연수 n에 대하여 $\sqrt{na}$가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 a를 $f(n)$이라 하자. 예를 들면 $f(3)=3$, $f(4)=1$이다. $f(n)=2$인 300 이하의 자연수 n의 개수는? [4점]

$\sqrt{na}=m$ (자연수 m), $m^2=na$

$f(n)=2$ 이므로 24개

$m^2=2n=1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, \cdots, 24^2, 25^2, 26^2$

$n=\frac{1^2}{2}, 2, \frac{3^2}{2}, 8, \frac{5^2}{2}, 18, \cdots, 288, \frac{25^2}{2}, \cancel{338}$

$\boxed{12}$

Day3. 일차방정식, 일차부등식

일차방정식(중1)

#등식의 성질

: 등식의 양변에 같은 수를 +, −, ×, ÷ 해도 성립
(단, 나눌 때는 0이 아닌 수로 나눈다.)

#이항

: 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것

일차부등식(중2)

#부등식의 성질

: 부등식의 양변에 같은 수를 +, − 해도 성립
: 부등식의 양변에 같은 양수를 ×, ÷ 해도 성립
: 부등식의 양변에 같은 음수를 ×, ÷ 하면 부등호 방향 반대

why?

20190303

3. 일차방정식 $x+5=3(x-1)$ 의 해는? [2점]

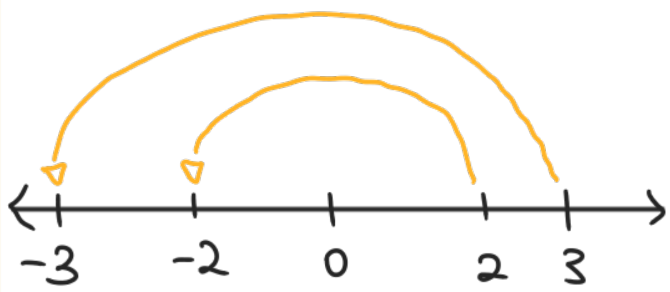
$x+5=3x-3$) x 빼기
$5=2x-3$) 3 더하기
$8=2x$) 2 나누기
$x=4$

20150323

23. 부등식 $3(x-2)<2x$ 를 만족시키는 양의 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

$3x-6<2x$
$x-6<0$
$x<6$

$\boxed{5}$



$2<3$
$-2>-3$

-1을 곱하는 것은 180°회전으로 생각!

연립일차방정식(중2)

#미지수 개수를 줄여나가는 것이 핵심
: 더하든, 빼든, 대입하든 미지수 개수를 줄인다.

#활용 문제, 문장제 문제
: 직접 "미지수" 를 놓는 것으로 시작!

A가 x번 이기고 B가 y번 이겼다고 하자.
그러면 $(10-x-y)$ 번 비긴다.

A의 점수 : $4x+y+2(10-x-y)=27$
$2x-y=7$ — ㉠

B의 점수 : $x+4y+2(10-x-y)=21$
$-x+2y=1$ — ㉡

20190310

10. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x+y=7 & \text{— ㉠} \\ 3x-2y=0 & \text{— ㉡} \end{cases}$$

의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

$2\times$㉠$+$㉡ : $7x=14$, $x=2$

$x=2, y=3$.

$\boxed{5}$

20200316

16. A, B 두 사람이 가위바위보를 하여 다음과 같은 규칙으로 점수를 얻는다.

- 이긴 사람은 4점을 얻고 진 사람은 1점을 얻는다.
- 비기면 두 사람 모두 2점씩 얻는다.

가위바위보를 10번 하고 난 결과, A는 27점을 얻었고 B는 21점을 얻었다. 이때 A가 이긴 횟수는? [4점]

x라 하자

$2\times$㉠$+$㉡ : $3x=15$, $x=5$

$\boxed{5}$

고1 되기 전에 구구단처럼 익숙해져야 함!

Day4. 다항식의 곱셈, 인수분해

다항식의 곱셈, 인수분해(중3)

#곱셈 공식, 인수분해 공식 → 외우기만 했다면 한 번쯤 직접 전개해보기

① $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$,

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

#곱셈 공식 변형

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab,\ a^2+b^2=(a-b)^2+2ab$

② $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2,\ x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x-\dfrac{1}{x}\right)^2+2$

* 인수분해 자신이 없다면

① $(2x+1)(x-3)$ 이런 이차식 10개 정도에 쓰고 전개하기

② 전개된 결과식만 옮겨적고 인수분해 하기

③ 교과서 예제 풀기

① $(x+2)(x+3)=x^2+(2+3)x+2\times3$ $=x^2+5x+6$

더해서 5, 곱해서 6

x 1 x x 2 $2x$

x 6 $6x$ x 3 $3x$

6   6

② $81x^2-4y^2$

$(9x)^2-(2y)^2$

$=(9x+2y)(9x-2y)$

③ $ax^2-4ax+4a$

$=a(x^2-4x+4)$

$=a(x^2-2\cdot2x+2^2)$

$=a(x-2)^2$

④ $2x^2-7x-4$ $=(2x+1)(x-4)$

$2x$ 1 x

x -4 $-8x$

⑤ $6x^2+x-12$ $=(2x+3)(3x-4)$

$2x$ $+3$ $9x$

$3x$ -4 $-8x$

⑥ $10x^2-19xy+6y^2$ $=(2x-3y)(5x-2y)$

$2x$ $-3y$ $-15xy$

$5x$ $-2y$ $-4xy$

이차방정식(중3)

#풀이

① 인수분해를 이용한 풀이

: $(ax-b)(cx-d)=0$로 인수분해 되면

$$x=\frac{b}{a} \text{ 또는 } x=\frac{d}{c} \quad (a \neq 0,\ c \neq 0)$$

AB=0 이면 A=0 또는 B=0

② 근의 공식

: $ax^2+bx+c=0 \ (a \neq 0)$의 근은

$$x=\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = D$$

→ D=0 이면 ± 없어짐

: $ax^2+2b'x+c=0\,(a \neq 0)$의 근은 (b)

$$x=\frac{-b' \pm \sqrt{b'^2-ac}}{a} = \frac{D}{4} = D'$$

$$x=\frac{-2b' \pm \sqrt{(2b')^2-4ac}}{2a} = \frac{-2b' \pm \sqrt{4b'^2-4ac}}{2a}$$

20060303

3. 이차방정식 $x^2-8x-48=0$ 의 두 근이 $p,\ q\,(p>q)$일 때, $p+2q$ 의 값은? [3 점]

① 인수분해 $(x-12)(x+4)=0$, $p=12, q=-4$. $\boxed{4}$

② 근의 공식 $x=4 \pm \sqrt{4^2+48}$, $4 \pm \sqrt{64}$, 4 ± 8,

③ 근과 계수의 관계 p^2+q^2의 값:

$$p^2+q^2=(p+q)^2-2pq = 8^2-2\times(-48)=160$$

20200307

7. 이차방정식 $2x^2-7x+2a=0$ 의 한 근이 $x=\frac{1}{2}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

방정식: 미지수의 값에 따라 참·거짓이 되는 등식

근 : 참이 되게 하는 값

$x=\frac{1}{2}$ 대입: $\frac{1}{2}-\frac{7}{2}+2a=0$, $2a=3$

$\boxed{a=\frac{3}{2}}$

이차방정식의 근과 계수의 관계, 판별식(중3)

#근과 계수의 관계

: $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$의 두 근 α, β에 대하여

두 근의 합 $\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱 $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

① $\alpha+\beta=\frac{-b+\sqrt{\cancel{b^2-4ac}}}{2a}+\frac{-b-\sqrt{\cancel{b^2-4ac}}}{2a}=-\frac{b}{a}$

$\alpha\times\beta=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\times\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2}=\frac{c}{a}$

② α, β가 근

$a(x-\alpha)(x-\beta)=0.$

$ax^2\underbrace{-a(\alpha+\beta)}_{=b}x+\underbrace{a\alpha\beta}_{=c}=0$

$\alpha+\beta=-\frac{b}{a}$, $\alpha\beta=\frac{c}{a}$

#판별식

: 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 판별식

$D=b^2-4ac$ 또는

: 계수가 실수인 이차방정식 $ax^2+2b'x+c=0$의 판별식

$\frac{D}{4}=D'=b'^2-ac$ 라 하면

① D 또는 $D'>0$: 서로 다른 두 실근 갖는다.

② D 또는 $D'=0$: 중근(서로 같은 두 실근) 갖는다.

실근 갖는다

~~③ D 또는 $D'<0$: 서로 다른 두 허근 갖는다. (고1)~~

20190323

23. 이차방정식 $x^2-8x+a=0$이 중근을 가지도록 하는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

20160304

$(x-\alpha)^2$

//

4. 다항식 x^2-8x+a가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 a의 값은? [3점]

$x^2-8x+a=0$은 중근 α 갖는다

$D=64-4a=0.$ $\boxed{a=16}$

20080310

10. x에 대한 이차방정식 $x^2-mx+n^2=0$의 한 근이 $x=m-2n$이다. m, n이 모두 10이하의 자연수일 때, 순서쌍 (m, n)의 개수는? [4점]

두 근 $\square$, $\triangle$

합 $\boxed{m-2n}+\triangle=m.$

$\triangle=2n.$

곱 $2\cancel{n}(m-2n)=n^{\cancel{2}}$

$2m=5n$

$(m,n)=(5,2),(10,4)$

2 개

$\boxed{2}$

반비례(중1)

#반비례

: x가 2배, 3배, 4배, $\cdots$ 가 됨에 따라 y는 $\frac{1}{2}$배, $\frac{1}{3}$배, $\frac{1}{4}$배, $\cdots$ 가 되는 관계

: $y=\frac{a}{x}$ 또는 $xy=a\,(a\neq 0)$

#반비례 그래프

: $y=\frac{a}{x}(a\neq 0)$의 그래프는 좌표축에 가까워지면서 한없이 뻗어 나가는 한 쌍의 매끄러운 곡선

: 원점에 대칭

: $a>0$일 때 제1사분면, 제3사분면을 지남

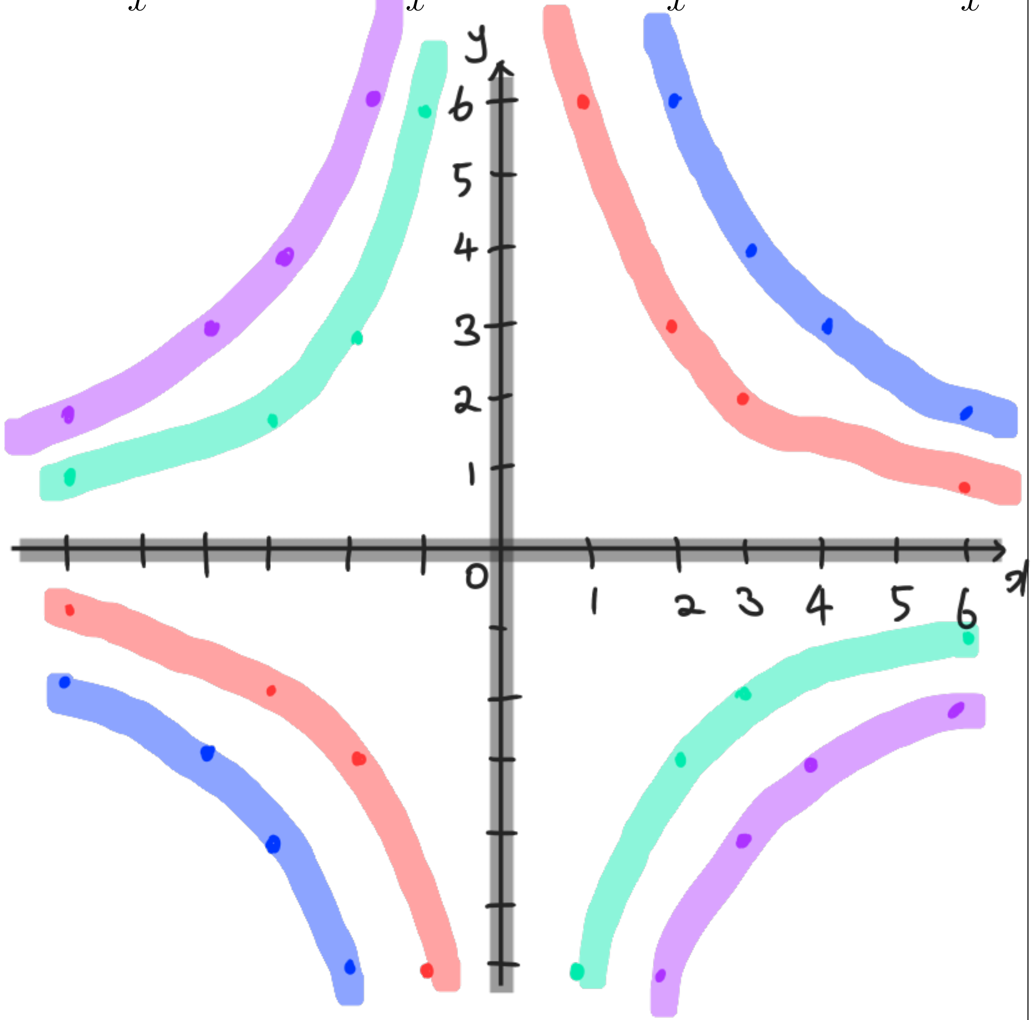
a 값이 커질수록 원점에서 멀어짐

: $a<0$일 때 제2사분면, 제4사분면을 지남

a 값이 작아질수록 원점에서 멀어짐

#그래프 그려보기

① $y=\frac{6}{x}$ ② $y=-\frac{6}{x}$ ③ $y=\frac{12}{x}$ ④ $y=-\frac{12}{x}$



일차함수와 일차방정식(중2)

기울기 : $\dfrac{y\text{값 증가량}}{x\text{값 증가량}}$, 같으면 평행 또는 일치

y절편 : $x=0$

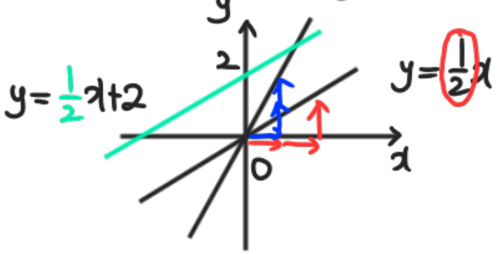
#일차함수

: $y=ax+b$(단, a, b는 상수, $a \neq 0$)

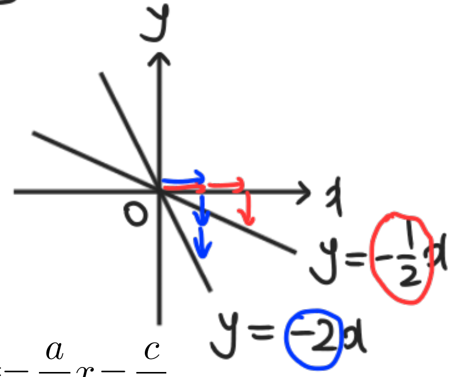
: $y=ax$를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 것

: $a>0$이면 오른쪽 위로, $a<0$이면 오른쪽 아래로 향함

① $a>0$



② $a<0$

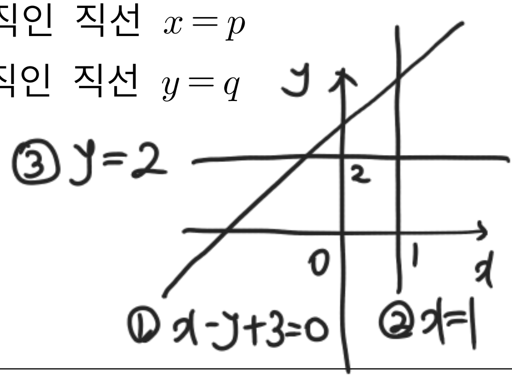


#직선의 방정식 $ax+by+c=0$은

① $a \neq 0$, $b \neq 0$이면 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

② $a \neq 0$, $b=0$이면 x축에 수직인 직선 $x=p$

③ $a=0$, $b \neq 0$이면 y축에 수직인 직선 $y=q$



#일차함수의 식 세우기

① 기울기 2, $(1, 3)$지나는 직선 $\quad y=2x+\boxed{1}$, $y-3=2(x-1)$

② $(1, 2)$, $(3, 0)$지나는 직선 $\quad (\text{기울기})=\dfrac{0-2}{3-1}=-1$, $y=-1\cdot x+3$

③ 기울기 -1인 직선 $\quad y=-1\cdot x+k$

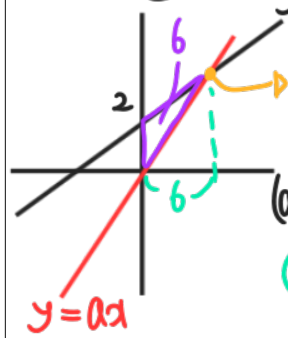
④ $(1, -2)$지나는 직선 $\quad y=mx+\boxed{(-m-2)}$, $y-(-2)=m(x-1)$

20200315 변형

원점을 지나는 직선 l, 일차함수 $y=\dfrac{2}{3}x+2$의 그래프와 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 6이 되도록 하는 직선 l의 방정식을 모두 구하시오. $y=x$, $y=\frac{1}{3}x$

$l : y=ax$.

① $a>\frac{2}{3}$



※교점은 연립!

$ax=\frac{2}{3}x+2$

$(a-\frac{2}{3})x=2$

$x=\dfrac{2}{a-\frac{2}{3}}=6$

$a-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$

$a=1$

② $a<\frac{2}{3}$

$ax=\frac{2}{3}x+2$

$x=\dfrac{2}{a-\frac{2}{3}}=-6$

$a-\frac{2}{3}=-\frac{1}{3}$

$a=\frac{1}{3}$

이차함수(중3)

⊕ ∪
⊖ ∩

#이차함수

y절편, (0, c)

: $y=ax^2+bx+c$(단, a, b, c는 상수, $a\neq 0$)

: 포물선 모양의 그래프

#이차함수 $y=a(x-p)^2+q$(단, a, p, q는 상수, $a\neq 0$)

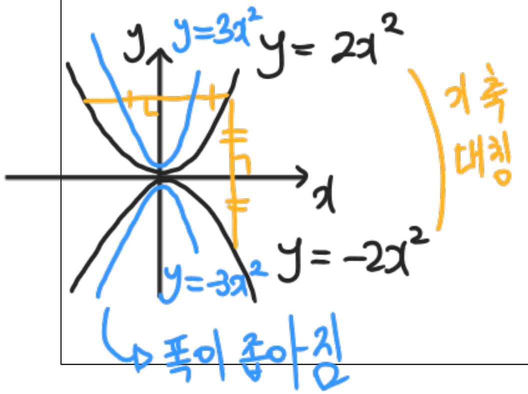
: $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼,
  y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것

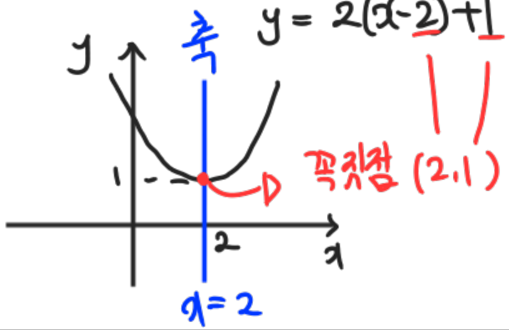
: 꼭짓점의 좌표 (p, q)

: 축의 방정식 $x=p$에 선대칭

: $a>0$이면 아래로 볼록, $a<0$이면 위로 볼록

: $|a|$값이 클수록 그래프의 폭이 좁아짐





#이차함수 그래프 그리기

① $y=a(x-p)^2+q$꼴로 표현 후

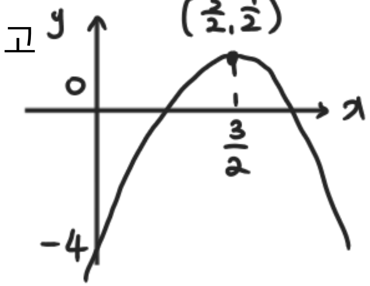
② 꼭짓점을 찾고

③ a의 부호를 보고 그래프 개형을 그리고

④ 필요하다면 지나는 점을 더 표시해줌

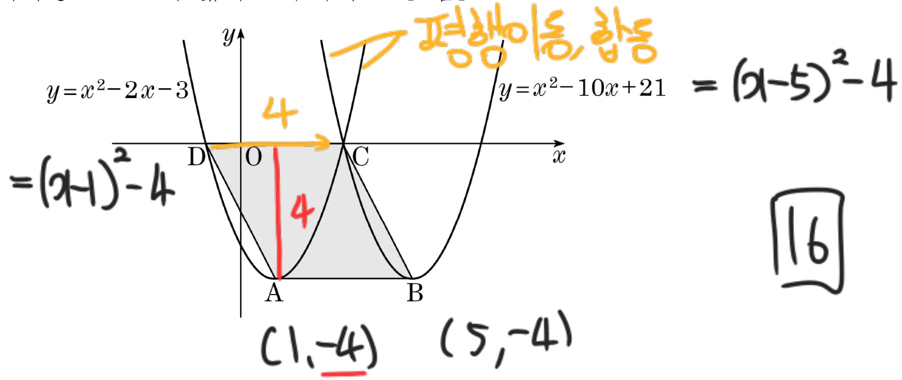
→ $y=-2x^2+6x-4$의 최댓값은?

$y=-2x^2+6x-4$
$=-2(x^2-3x+\frac{9}{4}-\frac{9}{4})-4$
$=-2(x-\frac{3}{2})^2+\frac{1}{2}$



20140326

26. 두 이차함수 $y=x^2-2x-3$, $y=x^2-10x+21$의 그래프가 그림과 같다. 두 그래프의 꼭짓점을 각각 A, B라 하고, 이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프와 x축의 교점을 각각 C, D라 할 때, 사각형 ABCD의 넓이를 구하시오. [4점]



$\boxed{16}$

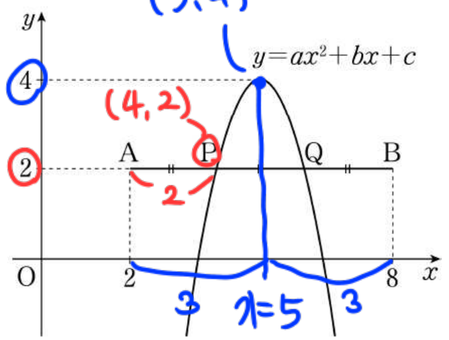
20170318

18. 좌표평면 위의 두 점 A(2, 2), B(8, 2)에 대하여 이차함수 $y=ax^2+bx+c\,(a<0)$의 그래프가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b+c$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

> (가) 꼭짓점의 y좌표는 4이다.
> (나) 선분 AB와 두 점 P, Q에서 만나고
> $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{QB}}=2$이다.

① -28 ② -26 ③ -24 ④ -22 ⑤ -20

(5,4)



$y=a(x-5)^2+4$ ← (4,2) 대입

$2=a+4$, $a=-2$

$y=-2(x-5)^2+4$

$=-2x^2+20x-46$

20190327

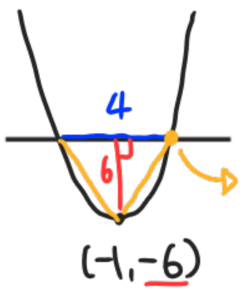
27. 좌표평면에서 이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점을 A라 하고 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 x축과 만나는 두 점을 B, C라 할 때, 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 점 A는 이차함수 $y=-x^2-2x-7$의 그래프의 꼭짓점이다.
> (나) 삼각형 ABC의 넓이는 12이다.

$f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $y=-(x+1)^2-6$ 꼭짓점 $(-1,-6)$

↳ $f(x)=a(x+1)^2-6$ (1,0) 대입



$(-1+2,0)$
$=(1,0)$

$0=4a-6$, $a=\frac{3}{2}$

$f(x)=\frac{3}{2}(x+1)^2-6$

$f(3)=18$ $\boxed{18}$

평행선(중1)

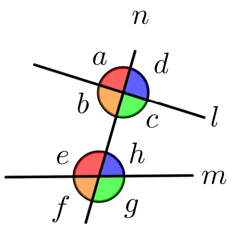
#동위각과 엇각

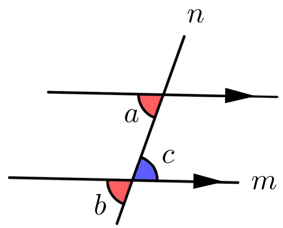
① 동위각 : $\angle a$와 $\angle e$, $\angle b$와 $\angle f$, $\angle c$와 $\angle g$, $\angle d$와 $\angle h$

엇각 : $\angle b$와 $\angle h$, $\angle c$와 $\angle e$

② $l /\!/ m$이면 동위각의 크기, 엇각의 크기 서로 같다.

동위각 또는 엇각의 크기 서로 같으면 $l /\!/ m$이다.

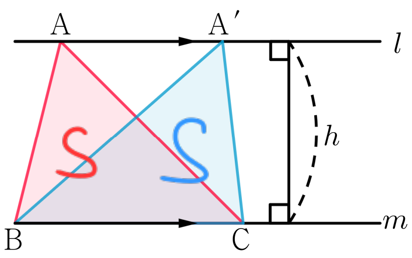




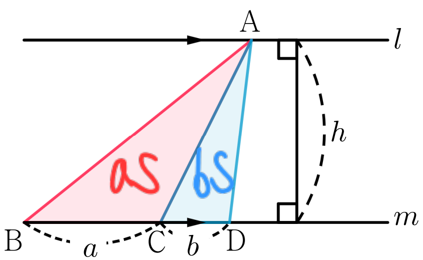
$\angle a = \angle b = \angle c$

#평행선과 삼각형의 넓이

① $\triangle ABC = \triangle A'BC$

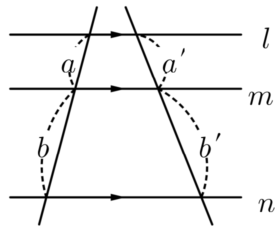


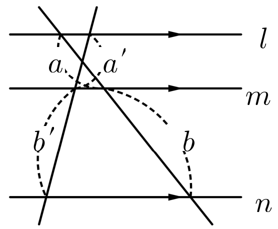
② $\triangle ABC : \triangle ACD = a : b$



평행선과 선분의 길이의 비(중2)

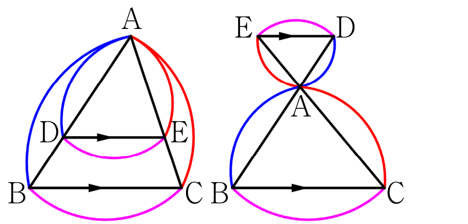
#$l /\!/ m /\!/ n$이면 $a : b = a' : b'$



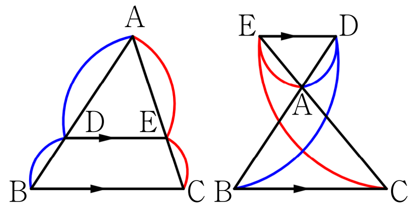


#삼각형에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이면

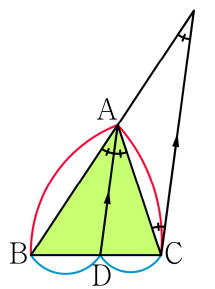
① $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

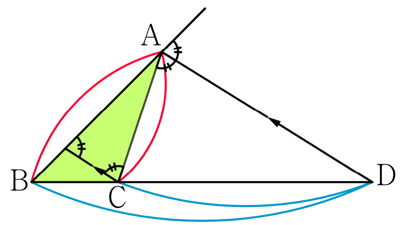


② $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$



#각 A의 이등분선에 대하여 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$





자주 사용됨

다각형의 내각과 외각의 크기(중1)

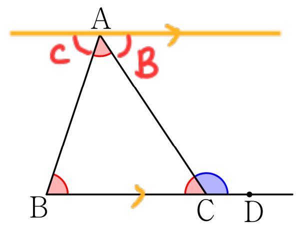
why?

#삼각형의 내각과 외각

① $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

② $\angle ACD = \angle A + \angle B$

$180^\circ - \angle C$



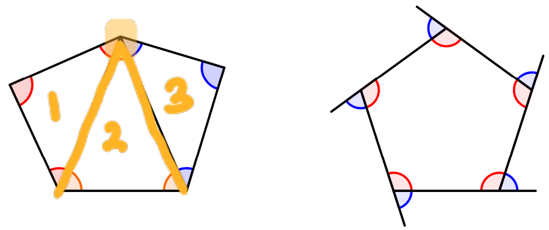
대각선 총 개수 $\frac{n(n-3)}{2}$

#다각형의 내각과 외각

: n각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선은 $(n-3)$개

: n각형은 $(n-2)$개의 삼각형으로 나누어짐

자신, 좌, 우



① n각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ \times (n-2)$

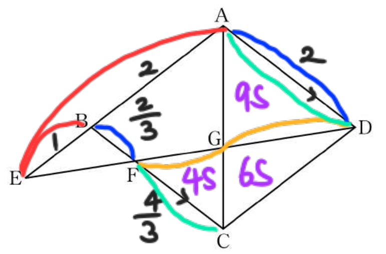
② n각형의 외각의 크기의 합은 항상 360°

$\underbrace{(\text{내각의 크기의 합})}_{180^\circ \times (n-2)} + (\text{외각의 크기의 합}) = 180^\circ \times n$

$\rightarrow 180^\circ \times 2 = 360^\circ$

20150320

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$인 평행사변형 ABCD가 있다. 변 AB의 연장선 위에 $\overline{BE} = 1$이 되도록 점 E를 잡고, 선분 ED가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 F, G라 하자.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\overline{BF} : \overline{AD} = 1 : 3$ = $\overline{BE} : \overline{AE}$

ㄴ. $\overline{FG} : \overline{GD} = 5 : 7$

ㄷ. $\triangle GFC : \triangle ACD = 4 : 15$

ㄱ $\overline{BF} : \overline{AD} = \overline{BE} : \overline{AE} = 1:3$

ㄴ ✗ $\overline{BF} = \frac{2}{3}$, $\overline{FC} = \frac{4}{3}$

$\overline{FG} : \overline{GD} = \overline{FC} : \overline{DA}$

$= \frac{4}{3} : 2 = 2:3$

ㄷ $\triangle GFC = 4S$라 하자.

밑변 길이비 $\overline{FG} : \overline{GD} = 2:3$

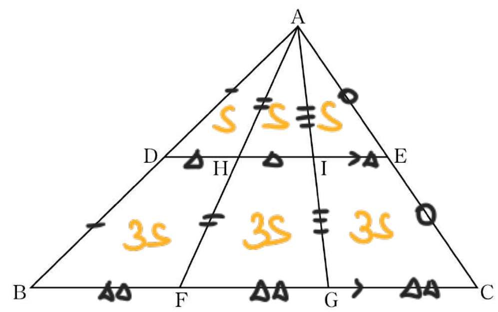
이므로 $\triangle GCD = 6S$

$\triangle GFC$, $\triangle GDA$ 닮음비 $2:3$

이므로 $\triangle GDA = 9S$ → $15S$

20150325

25. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 두 선분 AB, AC의 중점을 각각 D, E라 하고, 선분 BC의 삼등분점을 각각 F, G라 하자. 선분 DE가 두 선분 AF, AG와 만나는 점을 각각 H, I라 할 때, 사각형 HFGI의 넓이가 3이다. 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [3점]



$\square HFGI = 3S = 3$

$S = 1$

$\triangle ABC = 12S = 12$

이등변삼각형, 여러 가지 사각형(중2)

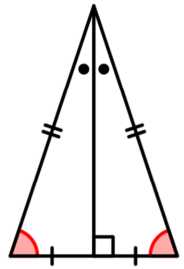
※ 꼭 그어야 할 보조선

#이등변삼각형

: 두 변의 길이가 같은 삼각형

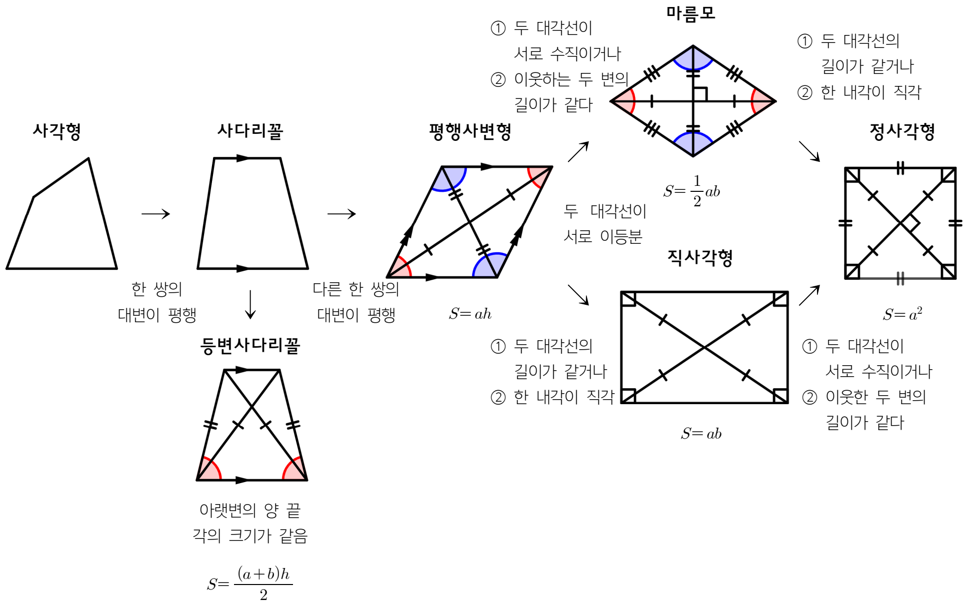
① 두 밑각의 크기 같다

② (꼭지각의 이등분선)=(밑변의 수직이등분선)



#여러 가지 사각형

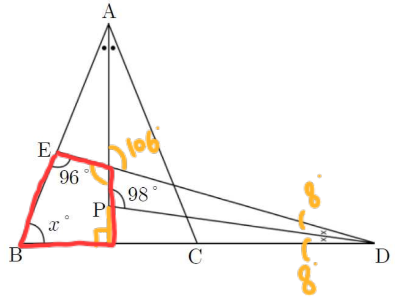
※ 안 보고 백지에 쓰며 설명해보기



20110327

27. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. $\overline{BC}$의 연장선 위의 임의의 점 D에 대하여 $\angle BED=96^\circ$가 되도록 $\overline{AB}$ 위의 점 E를 정한다. 각 A의 이등분선과 각 D의 이등분선의 교점을 P라 하자. $\angle APD=98^\circ$일 때, $\angle ABC=x^\circ$이다. x의 값을 구하시오. [4점]

※ DC 수직이등분선 보조선 필수

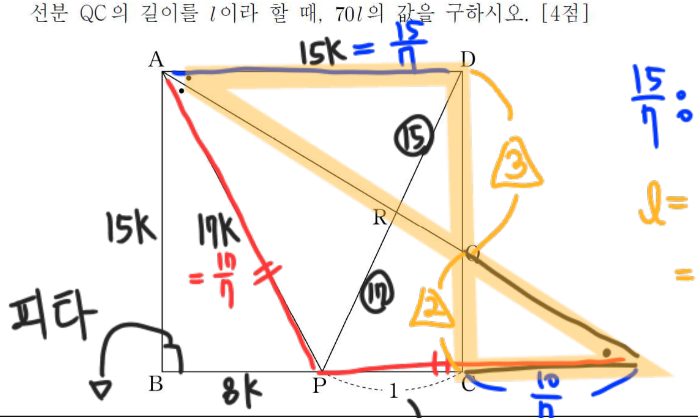


$x+96+106+90=90\times4$

$x=90-6-16=68$

20170329

29. 그림과 같이 정사각형 ABCD에서 선분 BC 위에 $\overline{PC}=1$이 되도록 점 P를 잡는다. $\angle PAD$의 이등분선이 두 선분 DC, DP와 만나는 점을 각각 Q, R라 하면 $\overline{PR}:\overline{RD}=17:15$이다. 선분 QC의 길이를 l이라 할 때, $70l$의 값을 구하시오. [4점]



$\frac{15}{7}:\frac{10}{7}=3:2$

$l=\overline{QC}=\frac{2}{5}\overline{CD}$

$=\frac{2}{5}\times15k=\frac{6}{7}$

$\boxed{60}$

$\overline{BP}^2+(15k)^2=(17k)^2$

$\overline{BP}=8k$

$7k=1,\ k=\frac{1}{7}$

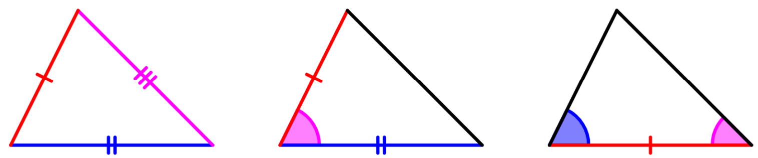
예비 고1 수학 복습 Day10. 삼각형의 합동, 피타고라스

삼각형의 합동(중1), 직각삼각형의 합동(중2)

S 변
A 각

#삼각형의 합동

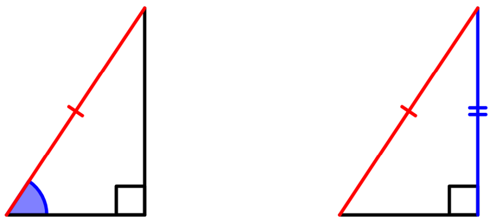
① (SSS 합동) ② (SAS 합동) ③ (ASA 합동)



R 직각
H 빗변

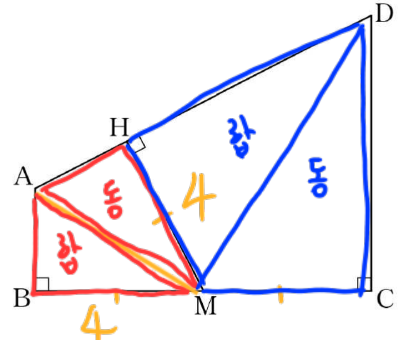
#직각삼각형의 합동

① (RHA 합동) ② (RHS 합동)



20180315

15. 그림과 같이 $\angle B = \angle C = 90°$ 인 사다리꼴 ABCD의 넓이가 36이다. 변 BC의 중점 M에서 변 AD에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{BM} = \overline{MH} = 4$이다. 선분 AD의 길이는? [4점]



$\triangle AMD = \triangle AHM + \triangle DHM = 18$

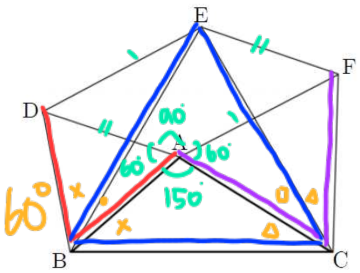
$\frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \underbrace{\overline{HM}}_{4} = 18$

$\overline{AD} = 9$ $\boxed{9}$

20110315

15. 그림과 같이 △ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 △DBA, △EBC, △FAC라 하자. 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

$\circ + \times = 60°$



< 보 기 >

ㄱ. $\angle DBE = \angle ABC$

ㄴ. $\overline{DB} = \overline{EF}$

~~ㄷ.~~ $\angle BAC = 150°$ 이면 $\overline{AD} = \overline{AF}$ 이다.

$\boxed{ㄱ. ㄴ}$

ㄱ $\angle ABC + \angle EBA = 60°$

$\angle DBE + \angle EBA = 60°$

$\rightarrow \angle ABC = \angle DBE$

ㄴ $\triangle BCA \equiv \triangle ECF$ (SAS)

따라서 $\overline{EF} = \overline{AB} = \overline{DB}$

~~ㄷ~~ ㄴ에서 $\overline{DA} = \overline{EF}$

마찬가지로 $\overline{DE} = \overline{AF}$ 이므로

두 쌍의 대변 길이 같다.

□AFED는 평행사변형이다.

$\angle BAC = 150°$ 이면 $\angle DAE = 90°$

이므로 □AFED는 직사각형이다.

정사각형은 아닐 수 있다

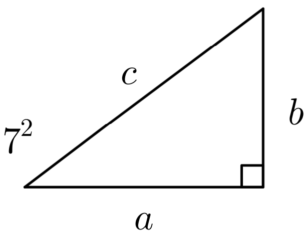
피타고라스의 정리(중2)

#피타고라스의 정리

① $a^2+b^2=c^2$

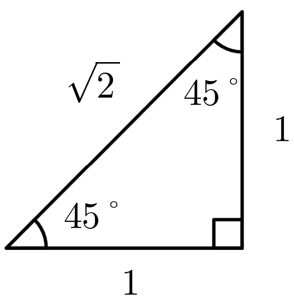
② $3^2+4^2=5^2$, $5^2+12^2=13^2$, $8^2+15^2=17^2$

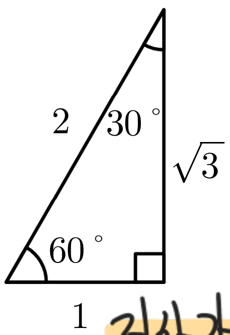
$6^2+8^2=10^2$, $10^2+24^2=26^2$



#특수한 각의 직각삼각형

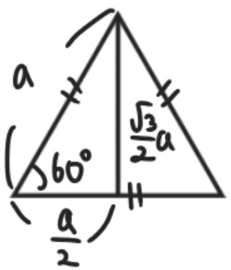
① 45° 직각삼각형 $1:1:\sqrt{2}$ ② 30° 직각삼각형 $1:\sqrt{3}:2$





$1^2+1^2=\sqrt{2}^2$

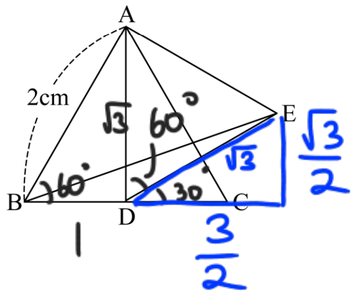
정삼각형



$h=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

20060316

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 2 cm 인 정삼각형 ABC 가 있다. $\overline{BC}$ 의 중점을 D 라 하고, $\overline{AD}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 를 그릴 때, $\overline{BE}$ 의 길이는? [3 점]



$\overline{BE}^2=(1+\frac{3}{2})^2+(\frac{\sqrt{3}}{2})^2$

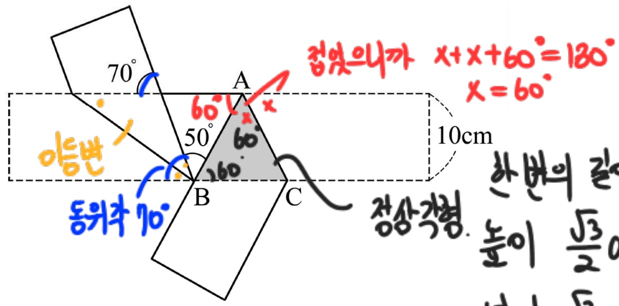
$=\frac{25}{4}+\frac{3}{4}=7$

$\overline{BE}=\sqrt{7}$

$\boxed{\sqrt{7}\,(cm)}$

20080315

15. 세로의 길이가 10 cm 인 직사각형 모양의 종이를 그림과 같이 접었을 때, 삼각형 ABC (색칠한 부분)의 넓이는? [4점]



접었으니까 $x+x+60°=180°$
$x=60°$

이등변

동위각 70°

정삼각형

한변의 길이 a

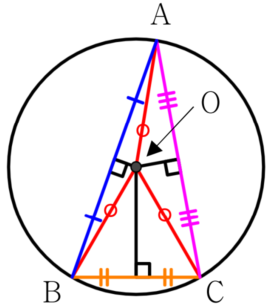
높이 $\frac{\sqrt{3}}{2}a=10$. $a=\frac{20}{\sqrt{3}}$

넓이 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{100}{\sqrt{3}}=\frac{100\sqrt{3}}{3}(cm^2)$

$\boxed{\frac{100\sqrt{3}}{3}(cm^2)}$

외심, 내심, 무게중심(중2)

외접원

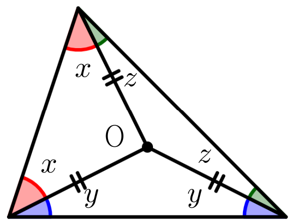


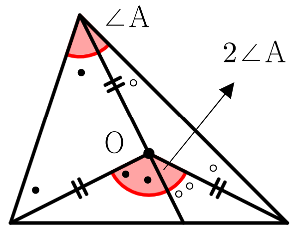
#삼각형의 외심

① $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$

② 세 변의 수직이등분선의 교점 O

③ $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$ ④ $\angle BOC=2\angle A$



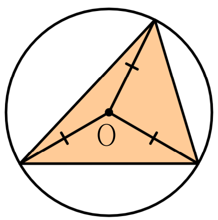


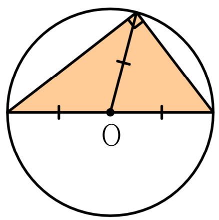
#외심의 위치

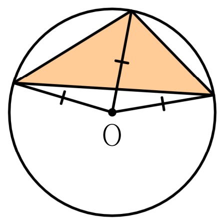
① 예각삼각형 → 내부

② 직각삼각형 → 빗변의 중점

③ 둔각삼각형 → 외부

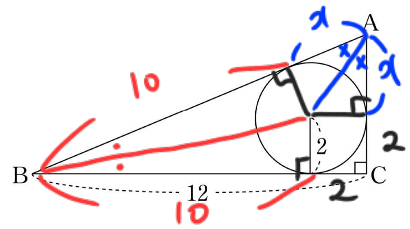






20170312

12. 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$, $\overline{BC}=12$인 직각삼각형 ABC의 내접원의 반지름의 길이가 2이다. 이 직각삼각형 ABC의 외접원의 둘레의 길이는? [3점]

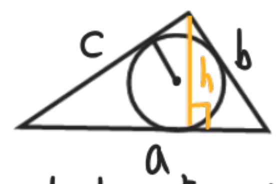


$(x+10)^2=(x+2)^2+12^2$

$(x+10)^2-(x+2)^2=12^2$

$(2x+12)\times 8 \quad =12\times 12$

$x+6=9,\ x=3,\ \boxed{13\pi}$

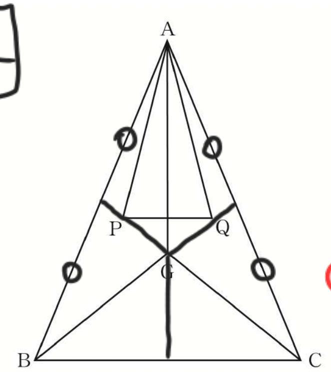


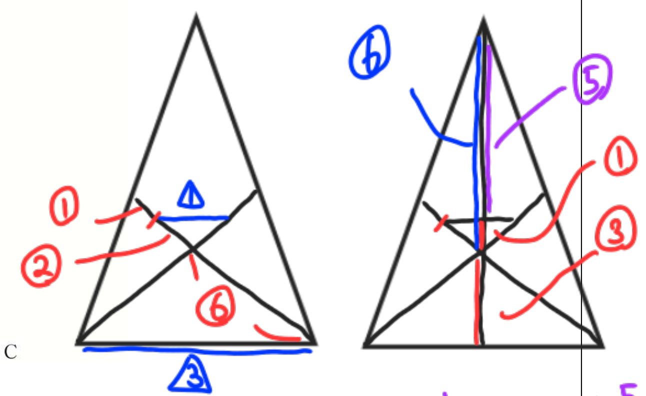
$S=\frac{1}{2}ah=\frac{r}{2}(a+b+c)$

20200329

29. $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 무게중심을 G라 하고, 두 삼각형 GAB, GCA의 무게중심을 각각 P, Q라 하자. 삼각형 APQ의 넓이가 30일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [4점]

$\boxed{162}$





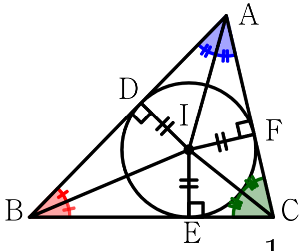
밑변은 △ADC의 $\frac{1}{3}$ 높이는 △ABC의 $\frac{5}{9}$

$\triangle APQ=\frac{1}{3}\times\frac{5}{9}\times\triangle ABC,\quad \triangle ABC=162$

#삼각형의 내심

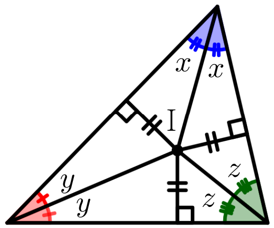
① $\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

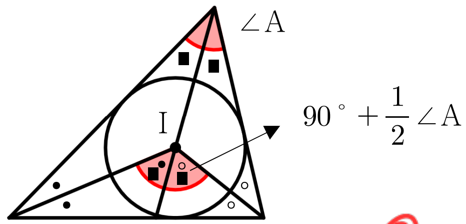
② 세 내각의 이등분선의 교점 I



③ $\angle x+\angle y+\angle z=90^\circ$

④ $\angle BIC=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$



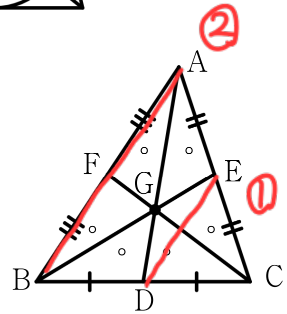


#무게중심

① 세 중선의 교점 G

② 무게중심은 중선을 2 : 1로 나눈다

③ 중선은 삼각형 넓이를 6등분



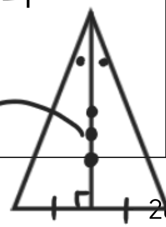
#정삼각형과 이등변삼각형의 외심, 내심, 무게중심

: 정삼각형의 외심, 내심, 무게중심은 모두 일치

: 이등변삼각형의 외심, 내심, 무게중심은 모두 꼭지각의 이등분선 위에 있다.

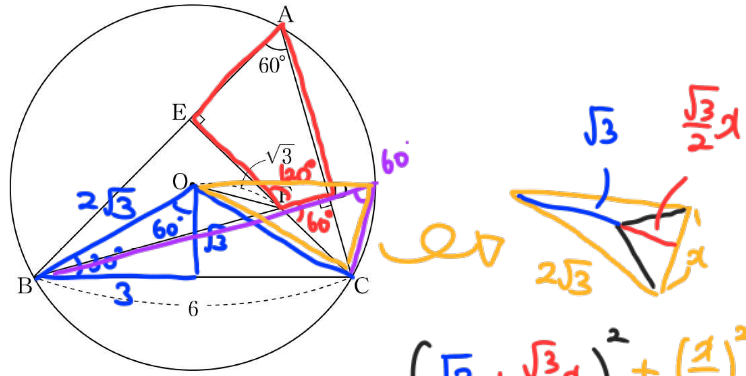
O=I=G

G



20190330

30. 그림과 같이 점 O를 중심으로 하는 원에 내접하고 $\angle A=60^\circ$, $\overline{BC}=6$인 삼각형 ABC가 있다. 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D, 점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 또 두 선분 BD와 CE의 교점을 F라 하자. $\overline{OF}=\sqrt{3}$일 때, $\overline{CF}=a+b\sqrt{5}$이다. $20(a^2+b^2)$의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB}>\overline{BC}$이고 a, b는 유리수이다.) [4점]



$\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=(2\sqrt{3})^2$

$3+3x+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x^2=12$

$x^2+3x-9=0$

$x=\frac{-3\pm3\sqrt{5}}{2}$

$-\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\sqrt{5}$, $a=-\frac{3}{2}$, $b=\frac{3}{2}$

$\boxed{90}$

닮음, 삼각형의 닮음 조건(중2)

#닮음

: 일정한 비율로 확대 또는 축소하여 합동일 때를 말한다.

: 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

: 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

: 닮음비 $m:n$일 때 넓이의 비는 $m^2:n^2$, 부피의 비는 $m^3:n^3$

#삼각형의 닮음 조건

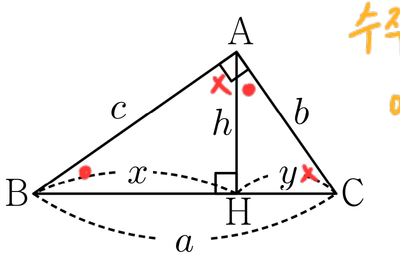
: (SSS 닮음), (SAS 닮음), (AA 닮음)

#직각삼각형의 닮음

① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA \backsim \triangle HAC$

② $c^2 = ax,\ b^2 = ay,\ h^2 = xy$

③ $a^2 = b^2 + c^2,\ b^2 = h^2 + y^2,\ c^2 = h^2 + x^2$



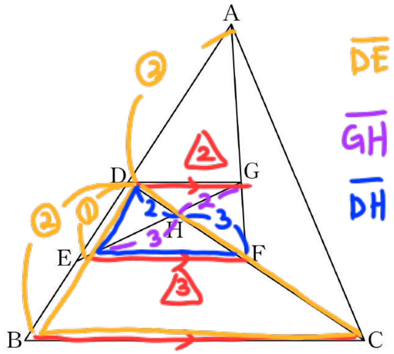
수직인 보조선 직접 그어 닮음 찾는 능력!

예시)

20180328

28. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 AB의 중점을 D, 선분 BD의 중점을 E, 선분 CD의 중점을 F라 하자. 점 D를 지나고 변 BC에 평행한 직선이 선분 AF와 만나는 점을 G라 하고, 두 선분 EG, DF의 교점을 H라 할 때, 삼각형 DBC의 넓이는 삼각형 DHG의 넓이의 k배이다. k의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{15}$



$\overline{DE}:\overline{DB}=1:2$ 이므로 $\triangle DBC = 4\triangle DEF$

$\overline{GH}:\overline{EH}=2:3$ 이므로 $\triangle DEH = \frac{3}{2}\triangle DHG$

$\overline{DH}:\overline{DF}=2:5$ 이므로 $\triangle DEF = \frac{5}{2}\triangle DEH$

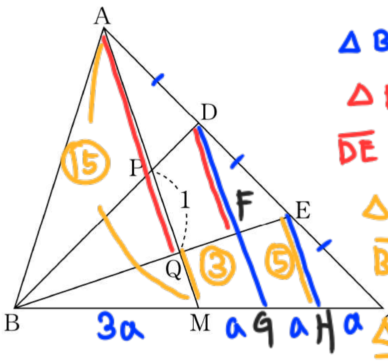
$\frac{1}{4}\triangle DBC = \frac{5}{2}\times\frac{3}{2}\triangle DHG$

$\triangle DBC = 15\triangle DHG$

20190329

29. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M, 변 AC를 삼등분하는 두 점을 각각 D, E라 하자. 또 선분 AM이 두 선분 BD, BE와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

$\overline{PQ}=1$일 때, $\overline{AM}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\overline{BM}:\overline{BG}=3:4$ 이므로 $\overline{BP}:\overline{BD}=3:4$

$\triangle BQP \backsim \triangle BFD\ (3:4)$에서 $\overline{DF}=\frac{4}{3}$

$\triangle DFE \backsim \triangle AQE$에서

$\overline{DE}:\overline{AE}=1:2$ 이므로 $\overline{AQ}=2\overline{DF}=\frac{8}{3}$

$\triangle BMQ \backsim \triangle BHE$에서

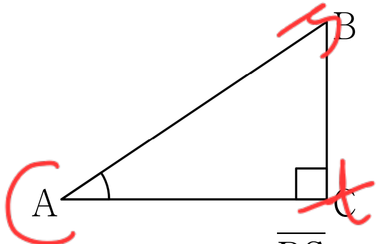
$\overline{BM}:\overline{BH}=3:5$ 이므로 $\overline{EH}=\frac{5}{3}\overline{QM}$

$\triangle EHC \backsim \triangle AMC$에서

$\overline{EH}:\overline{AM}=1:3$ 이므로 $\overline{AM}=3\overline{EH}=5\overline{QM}$

$\overline{AQ}=\overline{AM}-\overline{QM}=4\overline{QM}=\frac{8}{3}$. $\overline{QM}=\frac{2}{3}$, $\overline{AM}=\frac{10}{3}$ $\boxed{13}$

삼각비(중3)



#삼각비

① $\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$ ② $\cos A = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$ ③ $\tan A = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

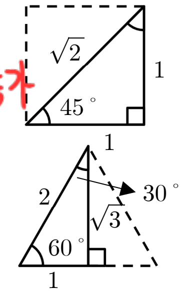
② 특수한 각의 삼각비

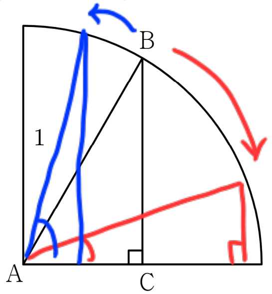
$\frac{\sqrt{0}}{2}, \frac{\sqrt{1}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{4}}{2}$

증가

삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

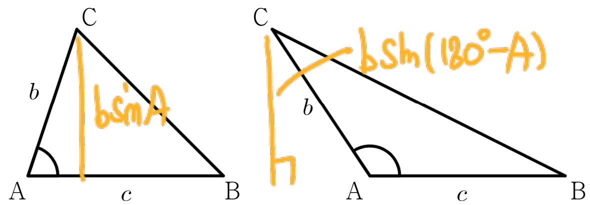
$0, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}, \frac{3}{\sqrt{3}}$





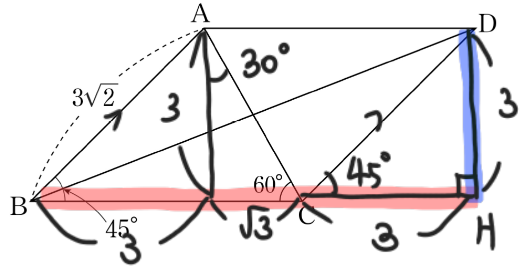
고2 삼각함수

③ 삼각형의 넓이 $S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}bc\sin(180^\circ - A)$



20190319

19. 그림과 같이 $\overline{AB}=3\sqrt{2}$, $\angle ABC=45^\circ$, $\angle ACB=60^\circ$인 평행사변형 ABCD에서 $\tan(\angle CBD)$의 값은? [4점]



$\tan(\angle CBD)$

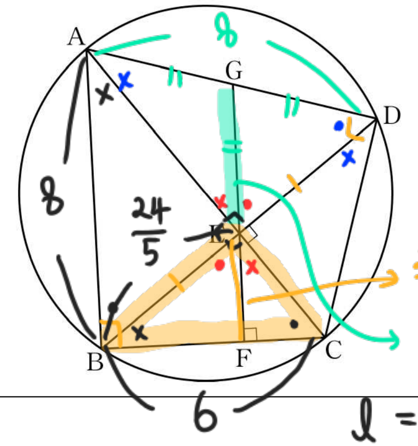
$= \frac{\overline{DH}}{\overline{BH}} = \frac{3}{6+\sqrt{3}}$

$= \frac{3(6-\sqrt{3})}{36-3}$

$= \frac{6-\sqrt{3}}{11}$, $\boxed{\frac{6-\sqrt{3}}{11}}$

20160330

30. 그림과 같이 길이가 10인 선분 AC를 지름으로 하는 원에 내접하는 사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=8$이고 두 대각선 AC, BD가 점 E에서 서로 수직으로 만난다. 점 E에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 F, 직선 EF와 변 AD가 만나는 점을 G라 하자. 선분 FG의 길이를 l이라 할 때, $25l$의 값을 구하시오. [4점]



point①
△ABC, △ADC가 $\overline{AC}$에 대칭
point②
3:4:5 닮은 직각삼각형들.

$\frac{24}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{72}{25}$

4

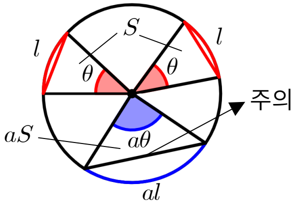
$l = \frac{72}{25} + 4$, $25l = 72 + 100$
$= 172$ $\boxed{172}$

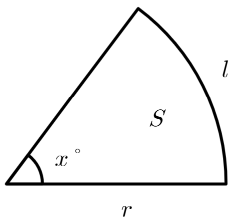
원(중1, 중3)

① 중심각, 호의 길이, 부채꼴 넓이는 비례
② 중심각 같으면 현의 길이도 같다. 비례는 X

#원

① 부채꼴



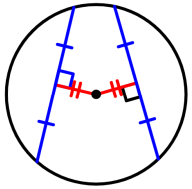


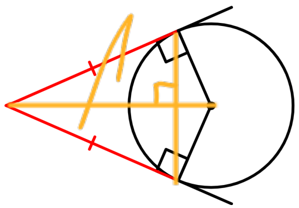
$l=2\pi r\times\frac{x}{360}$

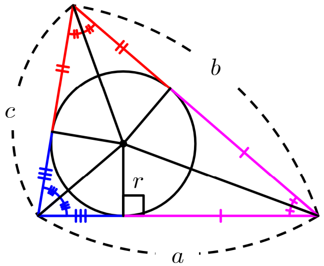
$S=\pi r^2\times\frac{x}{360}=\frac{1}{2}rl$

② 현, 접선

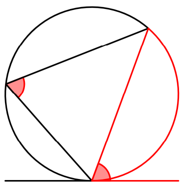
합동

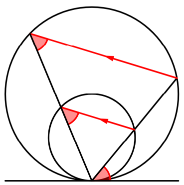


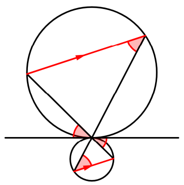




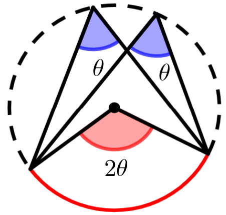
$S=\frac{r}{2}(a+b+c)=\frac{1}{2}ah$

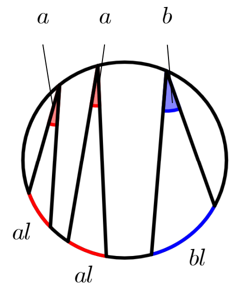


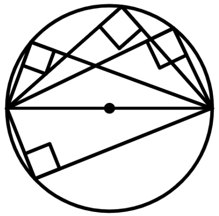


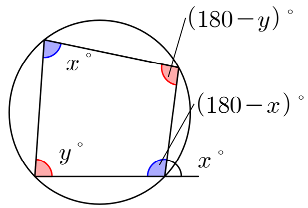


③ 원주각, 사각형의 내접

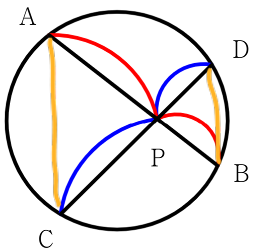


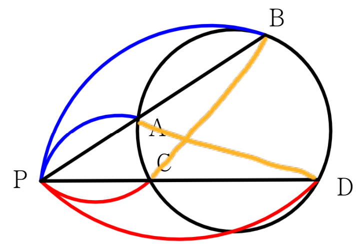






④ 선분의 길이 비 닮음으로 증명가능



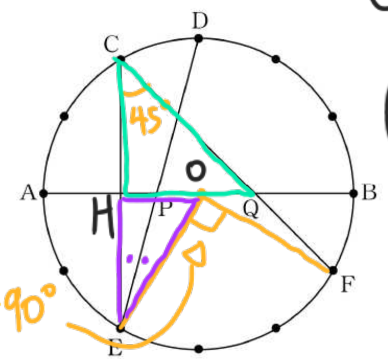


$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$

"원은 중심에서 긋는 보조선 중요"

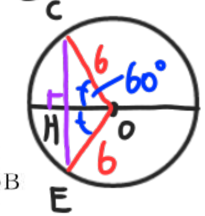
20200321

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 6인 원의 둘레를 12등분한 12개의 점이 있다. 이 12개의 점들 중에서 $\overline{AB}$가 원의 지름이 되도록 두 점 A, B를 잡고 $\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{DB}=2:1:3$이 되도록 두 점 C, D를 잡는다. 마찬가지로 이 12개의 점들 중에서 $\overset{\frown}{AE}:\overset{\frown}{EF}:\overset{\frown}{FB}=2:3:1$이 되도록 두 점 E, F를 잡는다. $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$의 교점을 P, $\overline{AB}$와 $\overline{CF}$의 교점을 Q라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 C와 E는 서로 다른 점이다.) [4점]



ㄱ $360° \times \frac{3}{12} = 90°$

ㄴ



$\angle COA = \angle EOA = 360° \times \frac{2}{12} = 60°$

$\triangle CHO \equiv \triangle EHO$ (SAS)

따라서 $\overline{CE} \perp \overline{AB}$

$\overline{CE} = 2\overline{CH} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 6\sqrt{3}$

< 보 기 >

ㄱ. $\angle ECF = 45°$

ㄴ. $\overline{CE} = 6\sqrt{3}$

ㄷ. $\overline{PQ} = 9 - 3\sqrt{3}$

ㄷ $\triangle CHQ$ 에서 $\overline{HQ} = \overline{CH} = 3\sqrt{3}$

$\triangle HEO$ 에서 $\overline{HO} = 3$

$\angle HEO = 30°$ 인데 원주각 $\angle CED = 15°$이므로

$\overline{HP} : \overline{PO} = \overline{HE} : \overline{OE} = \sqrt{3} : 2$ (각의 이등분선)

$\overline{HP} = \overline{OH} \times \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

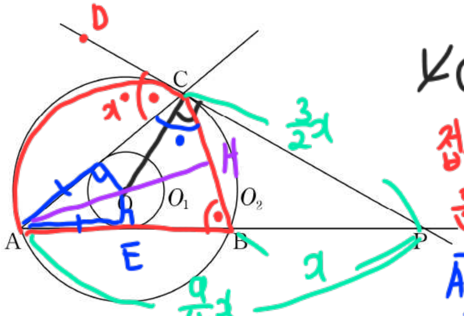
$\overline{PQ} = \overline{HQ} - \overline{HP} = 3\sqrt{3}\left(1 - \frac{1}{2+\sqrt{3}}\right) = 9 - 3\sqrt{3}$

20190321

21. 그림과 같이 점 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 1, 3인 두 원 O_1, O_2가 있다. 원 O_2 위의 한 점 A에서 원 O_1에 그은 두 접선이 원 O_2와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 각각 B, C라 하자. 또 점 C에서 원 O_2에 접하는 직선이 직선 AB와 만나는 점을 P라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

ㄱ

$\sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$



< 보 기 >

ㄱ. $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$

ㄴ. $\overline{AP} : \overline{CP} = 5 : 3$

ㄷ. $\overline{BP} = \frac{16\sqrt{2}}{5}$

ㄴ ① $\triangle APC$, $\triangle CPB$ 닮음을 보이자

접선 $\overline{PD}$와 현 $\overline{AC}$ 이루는 각 $\angle DCA$는 원주각 $\angle ABC$와 크기 같다.

$\overline{AC} = \overline{AB}$ 이므로 이등변삼각형 ABC에서 밑각 $\angle ABC = \angle ACB$.

$\angle P$는 공통이며 $\angle PCB = \angle PAC = (180 - 2x)°$로 같으므로 닮음.

② $\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AB} : 2\overline{HB}$

그런데 $\triangle AEO \backsim \triangle AHB$ 에서 $\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{AO} : \overline{OE} = 3 : 1$ 이므로

$\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 2$

ㄷ $\overline{AP} : \overline{CP} = \overline{AC} : \overline{BC} = \overline{PC} : \overline{BP} = 3 : 2$ 임을 이용.

$\overline{AC} = \overline{AB}$

$\overline{BP} = x$라 하자.

$\overline{PC} = \frac{3}{2}x$ ($\overline{PC} : \overline{BP} = 3 : 2$)

$\overline{AP} = \frac{9}{4}x$ ($\overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 2$)

$\overline{AB} = \overline{AP} - \overline{BP} = \frac{5}{4}x = 4\sqrt{2}$, $x = \frac{16\sqrt{2}}{5}$