

## 공통 접선 관찰하기

20210930(가)

30. 다음 조건을 만족시키는 실수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.

모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$-e^{-x+1} \leq ax+b \leq e^{x-2}$$

이 성립한다.

$|M \times m^3| = \frac{q}{p}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#Tip! 곡선 두 개가 나왔을 때, 공통 접선에서 답이 되는 상황이나 집중해서 관찰해야 할 상황이 자주 나옵니다. 특히 교점의 개수를 셀 때!

## 공통 접선 관찰하기

2022 예시문항(미적분) 30번

30. 두 양수  $a, b (b < 1)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + ax & (x \leq 0) \\ \frac{\ln(x+b)}{x} & (x > 0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수  $m$ 에 대하여 직선  $y = mx$ 와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를  $g(m)$ 이라 할 때, 함수  $g(m)$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim_{m \rightarrow \alpha^-} g(m) - \lim_{m \rightarrow \alpha^+} g(m) = 1$ 을 만족시키는 양수  $\alpha$ 가

오직 하나 존재하고, 이  $\alpha$ 에 대하여 점  $(b, f(b))$ 는 직선  $y = \alpha x$ 와 곡선  $y = f(x)$ 의 교점이다.

$ab^2 = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이고,  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$ 이다.) [4점]