기출의 파급효과

https://atom.ac/books/7241
기출의 파급효과 시리즈

https://cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과는 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원뿐만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 기대t, 출기능수님, 백건아님 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

손해설지 by 파급효과

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. $4^{\log_2 3}$의 값은? [2점]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$3^2=9$

③

2. $\tan\frac{4}{3}\pi$의 값은? [2점]

① $-\sqrt{3}$ ② -1 ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

$\tan\frac{\pi}{3}=\sqrt{3}$

⑤

3. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{3n-1}{n^2+1}<a_n<\frac{3n+2}{n^2+1}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} na_n$의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

①

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A^C)=\mathrm{P}(B)=\frac{2}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{16}{25}$ ② $\frac{17}{25}$ ③ $\frac{18}{25}$ ④ $\frac{19}{25}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

$P(A^C\cap B^C)=\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{25}$

④

5. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx+3$이 있다. 함수 $f(x)$는 주기가 4π이고 최솟값이 -1일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

$\frac{2\pi}{b}=4\pi$ $b=\frac{1}{2}$

①

$-a+3=-1$ $a=4$

$4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}$

6. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+4x}{\ln(x^2+x+1)}$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2+x}{\ln(x^2+x+1)}\times\frac{x^2+4x}{x^2+x}$

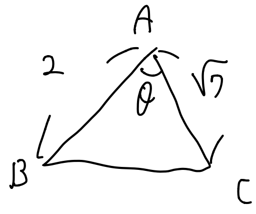
②

$=1\times\frac{4}{1}=4$

7. $\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=\sqrt{7}$인 예각삼각형 ABC의 넓이가 $\sqrt{6}$이다. $\angle A=\theta$일 때, $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$의 값은? [3점]

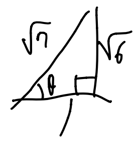
$=\cos\theta$

① $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{7}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{7}$



$\frac{1}{2}\times 2\sqrt{7}\sin\theta=\sqrt{6}$

$\sin\theta=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$



⑤

8. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이 $a_n = 2n+1$일 때, $\sum_{n=1}^{12} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{4}{27}$ ③ $\frac{5}{27}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{7}{27}$

$$\sum_{n=1}^{12} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}$$

②

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3} - \cancel{\frac{1}{5}} + \cancel{\frac{1}{5}} \cdots - \frac{1}{27}\right) =$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{8}{27} = \frac{4}{27}$$

9. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나온 두 눈의 수의 곱이 짝수일 때, 나온 두 눈의 수의 합이 짝수일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

④

$$\frac{3 \times 3}{36 - 3 \times 3} =$$

곱 짝수, 합 짝수

⇓

두 눈 모두 짝수

$$\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$$

10. 함수 $f(x) = \tan 2x + \frac{\pi}{2}$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}\left(\frac{\pi}{8}, f\left(\frac{\pi}{8}\right)\right)$에서의 접선의 y절편은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$f'(x) = 2\sec^2 2x$ $f\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1 + \frac{\pi}{2}$

③ $f'\left(\frac{\pi}{8}\right) = 2\sec^2 \frac{\pi}{4} = 4$

$y = 4\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 1 + \frac{\pi}{2} = 4x + 1$

11. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1=1$이고 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2^{a_n} & (a_n \le 1) \\ \log_{a_n}\sqrt{2} & (a_n > 1) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_{12}\times a_{13}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

$a_1=1$
$a_2=2$
$a_3=\frac{1}{2}$
$a_4=\sqrt{2}$
$a_5=1$
$a_6=2$

$a_{12}=a_4=\sqrt{2}$
$a_{13}=a_1=1$

③

12. $x>1$인 모든 실수 x의 집합에서 정의되고 미분가능한 함수 $f(x)$가

$$\sqrt{x-1}\,f'(x)=3x-4$$

를 만족시킬 때, $f(5)-f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

⑤

$f'(x)=\frac{3x-4}{\sqrt{x-1}}$

$f'(x+1)=\frac{3x-1}{\sqrt{x}}=3\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}$

$f(x+1)=2x^{\frac{3}{2}}-2\sqrt{x}+C$

$f(5)-f(2)=2\cdot 2^3-2\sqrt{4}=16-4$
$=12$

13. 두 함수 $f(x)=2^x+1$, $g(x)=2^{x+1}$의 그래프가 점 P에서 만난다. 서로 다른 두 실수 a, b에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$, $\mathrm{B}(b,\ g(b))$의 중점이 P일 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

$2^x+1=2^{x+1}$ $P(0,2)$

①

$A(a,\ 2^a+1)$ $a+b=0$

$B(b,\ 2^{b+1})$ $2^a+2^{b+1}+1=4$

$2^a+2^{1-a}=3$

$2^a=t\ (t>0)$

$t+\frac{2}{t}=3$

$A(1,3)$ $t^2-3t+2=0$

$B(-1,1)$ $t=1$ or $t=2$

$\overline{AB}=2\sqrt{2}$ $a=1,\ b=-1$

14. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 2^2)$, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(2m,\ \sigma^2)$을 따른다.

$$\mathrm{P}(X\le 8)+\mathrm{P}(Y\le 8)=1$$

을 만족시키는 m과 σ에 대하여 $\mathrm{P}(Y\le m+4)=0.3085$일 때, $\mathrm{P}(X\le\sigma)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1359 ④ 0.1587 ⑤ 0.2857

$P(Z\le\frac{8-m}{2})+P(Z\le\frac{8-2m}{\sigma})=1$

④

$P(Z\le\frac{4-m}{\sigma})=0.3085$

$\frac{4-m}{\sigma}=-\frac{1}{2}$

$2m-8=\sigma$

$\frac{8-2m}{\sigma}=-1$, $\frac{8-m}{2}=1$

$m=6$, $\sigma=4$

$P(X\le\sigma)=P(Z\le\frac{\sigma-m}{2})=$

$0.5-0.3413=0.1587$

15. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖고 $g(x)$가 증가함수일 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=(f\circ g)(x)$$

라 하자. 점 $(2,\ 2)$가 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이고 $\dfrac{h''(2)}{f''(2)}=4$이다. $f'(2)=4$일 때, $h'(2)$의 값은? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$g(2)=2$, $g''(2)=0$

①

$4=\dfrac{f''(2)(g'(2))^2}{f''(2)}$

$h'(x)=f'(g(x))g'(x)$

$h''(x)=f''(g(x))(g'(x))^2+f'(g(x))g''(x)$

$g'(2)=2$

$h'(2)=f'(2)g'(2)=8$

16. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c라 하자. $a+b+c$의 값을 확률변수 X라 할 때, 다음은 확률변수 X의 평균 $E(X)$를 구하는 과정이다.

> $3\le a+b+c\le 18$이므로 확률변수 X가 가질 수 있는 값은 $3,\ 4,\ 5,\ \cdots,\ 18$이다.
> a, b, c가 각각 6 이하의 자연수이므로
> $7-a$, $7-b$, $7-c$는 각각 6 이하의 자연수이다.
> $3\le k\le 18$인 자연수 k에 대하여
> $a+b+c=k$일 확률 $P(X=k)$와
> $(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$일 확률
> $P(X=3\times\boxed{(가)}-k)$는 서로 같다.
> 그러므로 확률변수 X의 평균 $E(X)$는
> $E(X)=\sum_{k=3}^{18}\{k\times P(X=k)\}$
> $=3\times P(X=3)+4\times P(X=4)+5\times P(X=5)$
> $+\cdots+17\times P(X=17)+18\times P(X=18)$
> $=\boxed{(나)}\times\sum_{k=3}^{10}P(X=k)$
> 이때, 확률질량함수의 성질에 의하여 $\sum_{k=3}^{18}P(X=k)=1$이므로
> $\sum_{k=3}^{10}P(X=k)=\boxed{(다)}$이다.
> 따라서 $E(X)=\boxed{(나)}\times\boxed{(다)}$

$P(X=k)=P(X=21-k)$

21

$\frac{1}{2}$

$P(X=3)=P(X=18)$

⋮

$P(X=10)=P(X=11)$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $\dfrac{p+q}{r}$의 값은? [4점]

① 49 ② $\dfrac{105}{2}$ ③ 56 ④ $\dfrac{119}{2}$ ⑤ 63

$\dfrac{7+21}{\frac{1}{2}}=56$

③

17. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

초항 a
공차 d

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k,\ T_n = \sum_{k=1}^{n} |a_k|$$

라 할 때, S_n, T_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $S_7 = T_7$ (나) 6 이상의 모든 자연수 n에 대하여 $S_n + T_n = 84$이다.

T_{15}의 값은? [4점]

① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

$a>0,\ d<0,\ a_7 = 0$

④

$S_6 + T_6 = 84$

$\sum_{k=1}^{7} a_k = 42$

$7a_4 = 42$

$d=-2$ $a_4 = 6$

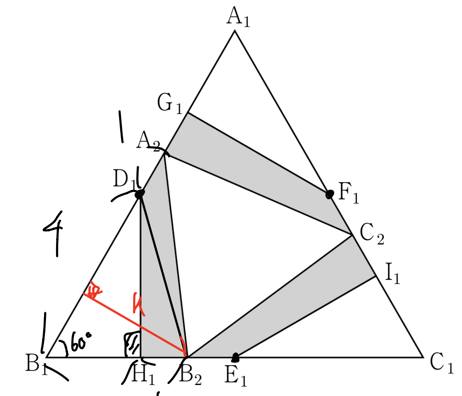
12 10 8 6 4 2 0 −2

a_1 a_7

$T_{15} = 14 \times 3 \times 2 + 14 + 16 = 114$

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 8인 정삼각형 $A_1B_1C_1$의 세 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1의 중점을 각각 D_1, E_1, F_1이라 하고, 세 선분 A_1D_1, B_1E_1, C_1F_1의 중점을 각각 G_1, H_1, I_1이라 하고, 세 선분 G_1D_1, H_1E_1, I_1F_1의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2라 하자. 세 사각형 $A_2C_2F_1G_1$, $B_2A_2D_1H_1$, $C_2B_2E_1I_1$에 모두 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 삼각형 $A_2B_2C_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 세 사각형 $A_3C_3F_2G_2$, $B_3A_3D_2H_2$, $C_3B_3E_2I_2$에 모두 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

R_1

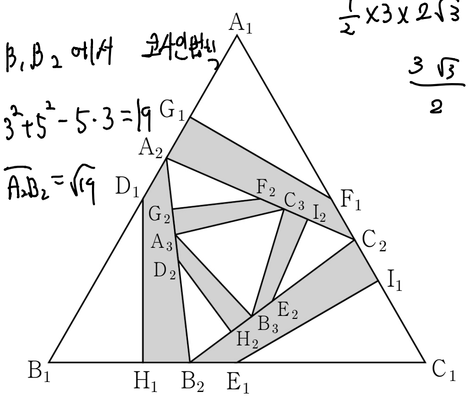


$a_1 =$
$3 \times \left(\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{4}\right)$
$= \frac{21}{4}\sqrt{3}$

$\frac{1}{2} \times 3 \times 2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 4 \times k$
$\frac{3\sqrt{3}}{2} = k$

○ $A_2B_1B_2$ 에서 코사인법칙
$\overline{A_2B_2}^2 = 3^2 + 5^2 - 5\cdot 3 = 19$
$\overline{A_2B_2} = \sqrt{19}$

R_2



$8^2 : \sqrt{19}^2$
$= 64 : 19$

$r = \frac{19}{64}$

⋮ ⋮

① $\frac{109\sqrt{3}}{15}$ ② $\frac{112\sqrt{3}}{15}$ ③ $\frac{23\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{118\sqrt{3}}{15}$ ⑤ $\frac{121\sqrt{3}}{15}$

②

$$\frac{\frac{21}{4}\sqrt{3}}{1 - \frac{19}{64}} = \frac{21 \times 16\sqrt{3}}{45} = \frac{112\sqrt{3}}{15}$$

19. 실수 전체의 집합에서 $f(x)>0$ 이고 도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 실수 전체의 집합에서 함수 $g(x)$가

$$g(x)=\int_0^x \ln f(t)dt$$

$g(0)=0$

$g'(x)=\ln f(x)$

일 때, 함수 $g(x)$와 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

$f(1)=1 \Leftarrow g'(1)=0,\ g(1)=2$

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극값 2를 갖는다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $g'(-x)=g'(x)$이다.

$g'(x)$ 우함수 $\Rightarrow$ $f(x)$는 우함수

$\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{xf'(x)}{f(x)}dx$의 값은? [4점]

우함수

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$$2\int_0^1 \frac{xf'(x)}{f(x)}dx$$

①

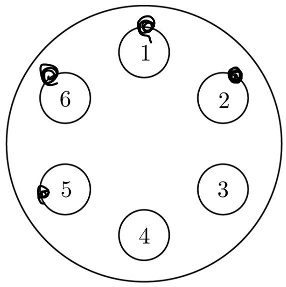
$$=2\left(\left[x\ln f(x)\right]_0^1-\int_0^1 \ln f(x)dx\right)$$

$$=2\left(\ln f(1)-g(1)\right)$$

$$=2\times(0-2)=-4$$

20. 그림과 같이 원탁 위에 1부터 6까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 6개의 접시가 놓여 있고 같은 종류의 쿠키 9개를 접시 위에 담으려고 한다. 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수가 적혀 있는 접시와 그 접시에 이웃하는 양 옆의 접시 위에 3개의 쿠키를 각각 1개씩 담는 시행을 한다. 예를 들어, 주사위를 던져 나온 눈의 수가 1인 경우 6, 1, 2가 적혀 있는 접시 위에 쿠키를 각각 1개씩 담는다. 이 시행을 3번 반복하여 9개의 쿠키를 모두 접시 위에 담을 때, 6개의 접시 위에 각각 한 개 이상의 쿠키가 담겨 있을 확률은? [4점]

여사건



②

$$1-\frac{6\times 19}{6^3}=\frac{17}{36}$$

① $\frac{7}{18}$ ② $\frac{17}{36}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{23}{36}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

(6 1 2)
(1 2 3)
(2 3 4)
(3 4 5)
(4 5 6)
(5 6 1)

새로 추가 개수

(0 0) $1\times1=1$
(1 0) $2\times2=4$
(0 1) $1\times2=2$
(2 0) $2\times3=6$
(1 1) $2\times2=4$
(0 2) $1\times2=2$

21. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)=\dfrac{4x^2}{x^2+3}$ 에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=f(x)-g(x)\ (0<x<4)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$4-\dfrac{12}{x^2+3}$

$f(1)=1=g(1)$

<보 기>

ㄱ. $h(1)=0$ $\quad f(1)-g(1)=0$

ㄴ. 두 양수 a, $b\ (a<b<4)$에 대하여 $\displaystyle\int_a^b h(x)dx$ 의 값이 최대일 때, $b-a=2$이다.

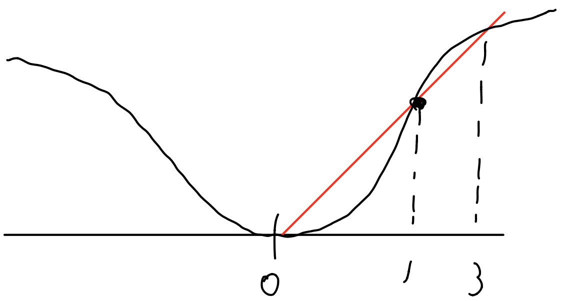
ㄷ. $h(x)$의 도함수 $h'(x)$의 최댓값은 $\dfrac{4}{6}$이다.

$\dfrac{3}{2}-\dfrac{2}{3}=\dfrac{5}{6}$

$h'(x)=f'(x)-g'(x)$ $\quad x=1$일 때

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$y=x$



$y=f(x)$

2

$\dfrac{4x^2}{x^2+3}=x \Rightarrow x=0$ or $x=1$ or $x=3$

$f'(1)=\dfrac{24}{16}=\dfrac{3}{2}$ $\quad g'(1)=\dfrac{2}{3}$

$f'(x)=\dfrac{24x}{(x^2+3)^2}$

$f''(x)=\dfrac{(x^2+3)^2-4x^2(x^2+3)}{(x^2+3)^4}\times 24$

$f''(1)=0$

단답형

22. 등비수열 $\{a_n\}$에서 $a_2=6$, $a_5=48$이다. a_6의 값을 구하시오. [3점]

96

$r^3=8$, $r=2$

$48\times 2=96$

23. $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$의 전개식에서 x^6의 계수를 구하시오. [3점]

${}_6C_n\,(x^2)^n\left(\dfrac{2}{x}\right)^{6-n}$

$2n+n-6=6$, $n=4$

${}_6C_4\times 2^2=15\times 4=60$

60

24. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(36,\ \frac{2}{3}\right)$를 따른다.
$\mathrm{E}(2X-a)=\mathrm{V}(2X-a)$를 만족시키는 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

16

$E(X)=24$

$V(X)=24\times\frac{1}{3}=8$

$48-a=32 \quad a=16$

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x=3t-\frac{2}{\pi}\cos\pi t,\ y=6\ln t-\frac{2}{\pi}\sin\pi t$$

이다. 시각 $t=\frac{1}{2}$에서 점 P의 속력을 구하시오. [3점]

$\vec{v}\left(3+2\sin\pi t,\ \frac{6}{t}-2\cos\pi t\right)$

$\vec{v}(5,\ 12)$

13

26. 삼각형 ABC에 대하여 $\angle\mathrm{A}=\alpha$, $\angle\mathrm{B}=\beta$, $\angle\mathrm{C}=\gamma$라 할 때, α, β, γ가 이 순서대로 등차수열을 이루고 $\cos\alpha$, $2\cos\beta$, $8\cos\gamma$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $\tan\alpha\tan\gamma$의 값을 구하시오. (단, $\alpha<\beta<\gamma$) [4점]

$2\beta=\alpha+\gamma \quad \alpha+\beta+\gamma=\pi$

$\beta=\frac{\pi}{3}$

$4\cos^2\beta=8\cos\alpha\cos\gamma$

$\frac{1}{8}=\cos\alpha\cos\gamma$

$\cos\frac{2}{3}\pi=\cos(\alpha+\gamma)=\cos\alpha\cos\gamma-\sin\alpha\sin\gamma$

$=-\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}=\frac{1}{8}-\sin\alpha\sin\gamma$

$\sin\alpha\sin\gamma=\frac{5}{8}$

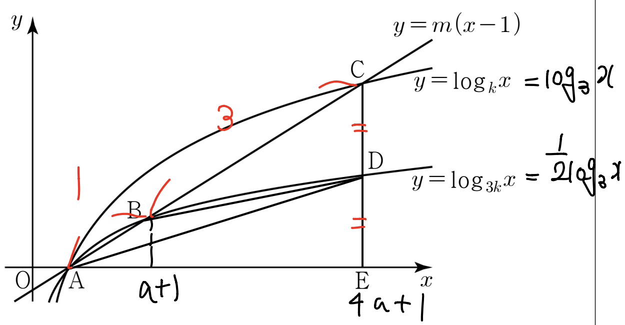
5

$\tan\alpha\tan\gamma=\frac{\sin\alpha\sin\gamma}{\cos\alpha\cos\gamma}=5$

27. $k>1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_k x$ 가 만나는 점을 A 라 하자. 양수 m 에 대하여 직선 $y=m(x-1)$ 이 두 곡선 $y=\log_{3k}x$, $y=\log_k x$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 C 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_{3k}x$, x 축과 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, 세 삼각형 ADB, AED, BDC 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 삼각형 BDC 의 넓이는 삼각형 ADB의 넓이의 3배이다.
(나) 삼각형 BDC 의 넓이는 삼각형 AED의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

$\frac{k}{m}$ 의 값을 구하시오. [4점]



$2\log_{3k}x = \log_k x$

A(1, 0)
B(3, $\frac{1}{2}$)

$\frac{2\cancel{\log x}}{\log 3k} = \frac{\cancel{\log x}}{\log k}$

12

$2 = \log_k 3k$

$3k = k^2$ $\boxed{k=3}$

B$(a+1, \frac{1}{2}\log_3(a+1))$ $\boxed{m=\frac{1}{4}}$

C$(4a+1, \log_3(4a+1))$

$\frac{\frac{1}{2}\log_3(a+1)}{a} = \frac{\log_3(4a+1)}{4a}$

$2\log_3(a+1) = \log_3(4a+1)$

$a^2+2a+1 = 4a+1$ $\boxed{a=2}$

28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f: X \to X$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수 f 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $f(3)\times f(6)$ 은 3 의 배수이다.
(나) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1<x_2$이면 $f(x_1)\le f(x_2)$ 이다.

1 2 3 4 5 6

1 2 3 4 5 6

(나) - {(나) ∩ (가)^c}

(나) : ${}_6H_6 = {}_{11}C_6 = \frac{11\cdot\cancel{10}\cdot 9\cdot\cancel{8}\cdot 7}{\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot 1}$

$= 462$

(나)∩(가)^c : f(3), f(6) 모두 3의 배수 X

$f(3)=1 \Rightarrow f(6)=1$ or $f(6)=2$ or $f(6)=4$ or $f(6)=5$
1, $1\times{}_2H_2$, $1\times{}_4H_2$, $1\times{}_5H_2$

$f(3)=2 \Rightarrow f(6)=2$ or $f(6)=4$ or $f(6)=5$
${}_2H_2\times 1$, ${}_2H_2\times{}_3H_2$, ${}_2H_2\times{}_4H_2$

$f(3)=4 \Rightarrow f(6)=4$ or $f(6)=5$
${}_4H_2\times 1$, ${}_4H_2\times{}_2H_2$

$f(3)=5 \Rightarrow f(6)=5$
${}_5H_2\times 1$

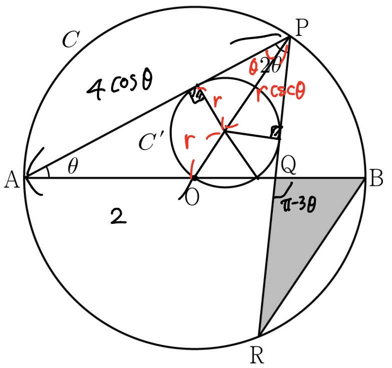
327

${}_3C_3$
${}_6C_2$
${}_5C_2$
$10\times$
$(1+3)$

$462-(29+51+40+15)$

$= 462-135 = 327$

29. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$라 할 때, 선분 AB 위에 $\angle APQ = 2\theta$를 만족시키는 점을 Q라 하자. 직선 PQ가 원 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 할 때, 중심이 삼각형 AQP의 내부에 있고 두 선분 PA, PR에 동시에 접하는 원을 C'이라 하자. 원 C'이 점 O를 지날 때, 원 C'의 반지름의 길이를 $r(\theta)$, 삼각형 BQR의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{r(\theta)} = a$일 때, $45a$의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



120

$r(1+\csc\theta) = 2$

$r = \frac{2}{1+\csc\theta} = \frac{2\sin\theta}{1+\sin\theta}$

$\frac{\overline{AQ}}{\sin 2\theta} = \frac{\overline{PQ}}{\sin\theta} = \frac{4\cos\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{PQ} = \frac{4\cos\theta\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{AQ} = \frac{4\cos\theta\sin 2\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{PR} = 4\cos\theta$

$\overline{QR} = 4\cos\theta - \frac{4\cos\theta\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{QB} = 4 - \frac{4\cos\theta\sin 2\theta}{\sin 3\theta}$

$\frac{8}{3} \times 45 = 120$

$\frac{1}{4}\lim_{\theta\to 0} \frac{\sin 3\theta \times 4\cos\theta\left(1-\frac{\sin\theta}{\sin 3\theta}\right) \times 4\left(1-\frac{\cos\theta\sin 2\theta}{\sin 3\theta}\right)}{\sin\theta}$

$= \frac{1}{4} \times 3 \times 4 \times \left(1-\frac{1}{3}\right) \times 4 \times \left(1-\frac{2}{3}\right)$

$= 4 \times 3 \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{3}$

30. 함수 $f(x) = \sin\frac{\pi}{2}x$와 0이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = e^{af(x)} + bf(x) \quad (0 < x < 12)$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 $x = \alpha$에서 극대 또는 극소인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots, \alpha_m$ (m은 자연수)라 할 때, m 이하의 자연수 n에 대하여 α_n은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) n이 홀수일 때, $\alpha_n = n$이다.
(나) n이 짝수일 때, $g(\alpha_n) = 0$이다.

함수 $g(x)$가 서로 다른 두 개의 극댓값을 갖고 그 합이 $e^3 + e^{-3}$일 때, $m\pi\int_{\alpha_3}^{\alpha_4} g(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx = pe^3 + qe$이다. $p - q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 정수이다.) [4점]

주기 4

$f'(x) = \frac{\pi}{2}\cos\frac{\pi}{2}x$

$g'(x) = af'(x)e^{af(x)} + bf'(x) = f'(x)\left(ae^{af(x)} + b\right)$

$e^{af(x)} = \frac{-b}{a}$

$f'(x) = 0$ or $f(x) = \ln\left(\frac{-b}{a}\right)$

$-\frac{b}{a} + \frac{b}{a}\ln\left(-\frac{b}{a}\right) = 0$

$-\frac{b}{a} = e$

1 3 5 7 9 11

$y = f(x)$

$f(x) = -\frac{1}{3}$

48

$g(1) = e^a + b$

$g(3) = e^{-a} - b$

$\boxed{a = -3 \quad b = 3e}$

$\boxed{m = 6 + 6 = 12}$

$f(\alpha_4) = -\frac{1}{3}$

$\frac{2}{\pi} \times 12\pi \int_3^{\alpha_4} \left(e^{af(x)} + bf(x)\right) f'(x)\,dx$

$= 24\int_{-1}^{-\frac{1}{3}} e^{-3t} + 3et\,dt$

$= 24\left[-\frac{1}{3}e^{-3t} + \frac{3}{2}et^2\right]_{-1}^{-\frac{1}{3}}$

$= 24\left(-\frac{1}{3}(e - e^3) + \frac{3}{2}e \times \left(-\frac{8}{9}\right)\right)$

$= 8e^3 - 8e - 32e = 8e^3 - 40e$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.