기출의 파급효과

https://atom.ac/books/7241
기출의 파급효과 시리즈

https://cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과는 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원뿐만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 ‘파급의 기출효과’ 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 기대t, 출기능수님, 백건아님 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

12:10 ~ 1:30

1. $\sqrt[3]{8}\times 4^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2\times 2^3 = 16$ ⑤

2. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{9n^2+12n}-3n\right)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

②

$\lim_{n\to\infty} \frac{12n}{\sqrt{9n^2+12n}+3n} = \frac{12}{3+3} = 2$

3. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$a_3 = a_2 + 6$

일 때, a_4의 값은? [2점]

① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

④

$r^2 = r+6$

$r^2 - r - 6 = 0$ $(r-3)(r+2)=0$

$r=3$ $a_4 = r^3 = 27$

4. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 52 ② 56 ③ 60 ④ 64 ⑤ 68

$\frac{6!}{3!\,2!} = 60$ ③

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n} = 10$일 때, $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + 3n^2}{a_n^2 + n^2}$의 값은? [3점]

① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{n} = 0$

①

$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{a_n}{n^2} + 2\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 + 3}{\left(\frac{a_n}{n}\right)^2 + 1} = 3$

$(2, \frac{1}{2}\log_2 a)$

6. 두 양수 a, b에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_4 a)$, $(3, \log_2 b)$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$의 값은? (단, $a \neq 1$) [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$y = \left(\log_2 \frac{b}{\sqrt{a}}\right)x$

③

$\log_2 b = \log_2 \frac{b^3}{a^{\frac{3}{2}}}$

$a^{\frac{3}{2}} = b^2$, $a^3 = b^4$

$\log_a b = \frac{3}{4}$

7. 함수

$$f(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{2 \times \left(\frac{x}{4}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{4}\right)^{2n} + 3}$$

에 대하여 $f(k) = -\frac{1}{3}$을 만족시키는 정수 k의 개수는? [3점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$x > 4$ $2 \times \frac{x}{4} = \frac{x}{2}$

②

$x = 4$ $\frac{1}{4}$

$-4 < x < 4$ $-\frac{1}{3}$ $-3, -2, \cdots, 3$

$x = -4$ $-\frac{3}{4}$

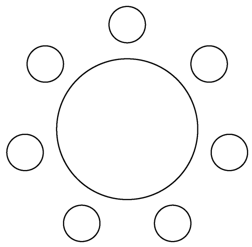
$x < -4$ $\frac{x}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 1학년 학생끼리 이웃하고 2학년 학생끼리 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 96 ② 100 ③ 104 ④ 108 ⑤ 112

1



$4! \times 2! \times 2! = 24 \times 2 \times 2 = 96$

9. 함수

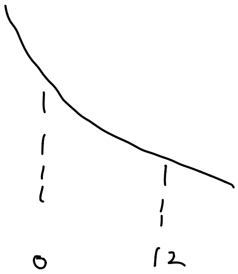
$$f(x) = 2\log_{\frac{1}{2}}(x+k)$$

가 닫힌구간 $[0, 12]$에서 최댓값 -4, 최솟값 m을 갖는다. $k+m$의 값은? (단, k는 상수이다.) [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$f(x) = -2\log_2(x+k)$

4



$2 = \log_2 k$

$k = 4$

$m = -2\log_2 16 = -8$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$(e^{2x}-1)^2 f(x) = a - 4\cos\frac{\pi}{2}x$$

를 만족시킬 때, $a \times f(0)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [3점]

① $\frac{\pi^2}{6}$ ② $\frac{\pi^2}{5}$ ③ $\frac{\pi^2}{4}$ ④ $\frac{\pi^2}{3}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{2}$

5

$$f(x) = \frac{a - 4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2}$$

$$f(0) = \lim_{x\to 0} \frac{4 - 4\cos\frac{\pi}{2}x}{(e^{2x}-1)^2} = \lim_{x\to 0} \frac{4 \times \left(\frac{1-\cos\frac{\pi}{2}x}{x^2}\right)}{\left(\frac{e^{2x}-1}{x}\right)^2} =$$

$$\frac{4 \times \frac{\pi^2}{4} \times \frac{1}{2}}{4} = \frac{\pi^2}{8}$$

$a = 4$

$a \times f(0) = \frac{\pi^2}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)}{(e^x+1)^2}$$

라 하자. $f'(0)-f(0)=2$일 때, $g'(0)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

③

$$g'(x) = \frac{f'(x)(e^x+1)^2 - 2f(x)(e^x+1)e^x}{(e^x+1)^4}$$

$$g'(0) = \frac{4f'(0) - 4f(0)}{16} = \frac{1}{2}$$

12. 자연수 n이 $2\le n\le 11$일 때, $-n^2+9n-18$의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합은? [3점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

n 홀수 $-n^2+9n-18<0$

$0 < n^2-9n+18$

$n=7, 9, 11$ ⇐ ∴ $n>6$ or $n<3$

n 짝수 $-n^2+9n-18>0$

$n=4$ ⇐ ∴ $3<n<6$

$4+7+9+11=31$ ①

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b라 할 때, $|a-3|+|b-3|=2$이거나 $a=b$일 확률은? [3점]

2

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

$a=b$ 일 확률 $\frac{6}{36}$

$|a-3|+|b-3|=2$ 일 확률

$|a-3|=2$, $|b-3|=0$ $\Rightarrow \frac{2}{36}$
$a=1$ or 5, $b=3$

$|a-3|=1$, $|b-3|=1$ $\Rightarrow \frac{4}{36}$
$a=2$ or 4, $b=2$ or 4

$|a-3|=0$, $|b-3|=2$ $\Rightarrow \frac{2}{36}$
$a=3$, $b=1$ or 5

$a=b$, $|a-3|+|b-3|=2$ 일 확률 : $\frac{2}{36}$

$a=2$, $b=2$
or
$a=4$, $b=4$

$$\frac{6}{36}+\frac{8}{36}-\frac{2}{36}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$

14. $0 \le \theta < 2\pi$일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-(2\sin\theta)x-3\cos^2\theta-5\sin\theta+5=0$$

이 실근을 갖도록 하는 θ의 최솟값과 최댓값을 각각 α, β라 하자. $4\beta-2\alpha$의 값은? [4점]

① 3π ② 4π ③ 5π ④ 6π ⑤ 7π

1

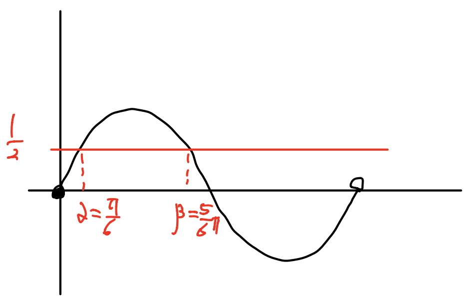
$$\sin^2\theta+3\cos^2\theta+5\sin\theta-5 \ge 0$$

$$2\cos^2\theta+5\sin\theta-4 \ge 0$$

$$-2\sin^2\theta+5\sin\theta-2 \ge 0$$

$$(2\sin\theta-1)(\sin\theta-2) \le 0$$

$$\frac{1}{2} \le \sin\theta \le 2$$



$$\frac{10}{3}\pi-\frac{\pi}{3}=3\pi$$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2^{2n}-1)\times 2^{n(n-1)}+(n-1)\times 2^{-n}$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

> (ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)$=3$, (우변)$=3$이므로 $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅱ) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$
>
> 이다. $n=m+1$일 때,
>
> $$\sum_{k=1}^{m+1} a_k = 2^{m(m+1)}-(m+1)\times 2^{-m}$$
>
> a_{m+1}
>
> $$+(2^{2m+2}-1)\times \boxed{(가)}+m\times 2^{-m-1}$$
>
> $2^{(m+1)m}$
>
> $$=\boxed{(가)}\times\boxed{(나)}-\frac{m+2}{2}\times 2^{-m}$$
>
> $2^{(m+1)m}$ 2^{2m+2}
>
> $$=2^{(m+1)(m+2)}-(m+2)\times 2^{-(m+1)}$$
>
> 이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
>
> (ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n(n+1)}-(n+1)\times 2^{-n}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{g(7)}{f(3)}$의 값은? [4점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$f(m)=2^{(m+1)m}$ $g(m)=2^{2m+2}$

④

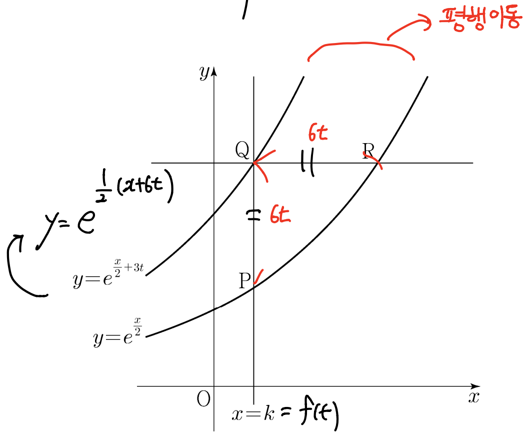
$$\frac{2^{16}}{2^{12}}=2^4$$

16. 양수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 값을 $f(t)$라 하자.

> 직선 $x=k$와 두 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$, $y=e^{\frac{x}{2}+3t}$이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고 y축에 수직인 직선이 곡선 $y=e^{\frac{x}{2}}$과 만나는 점을 R라 할 때, $\overline{PQ}=\overline{QR}$이다.

함수 $f(t)$에 대하여 $\lim\limits_{t\to 0+} f(t)$의 값은? [4점]

① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$



③

$$6t=e^{\frac{1}{2}(k+6t)}-e^{\frac{k}{2}}$$

$$6t=e^{\frac{k}{2}}(e^{3t}-1)$$

$$\frac{6t}{e^{3t}-1}=e^{\frac{k}{2}} \qquad k=2\ln\left(\frac{6t}{e^{3t}-1}\right)$$

$$2\lim_{t\to 0+}\ln\left(\frac{6t}{e^{3t}-1}\right)=2\ln 2$$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

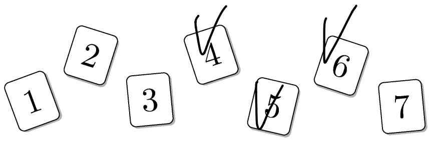
17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

> (가) 4가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 4보다 큰 수가 적혀 있는 카드가 있다.
> (나) 5가 적혀 있는 카드의 바로 양옆에는 각각 5보다 작은 수가 적혀 있는 카드가 있다.

① $\frac{1}{28}$ ② $\frac{1}{14}$ ③ $\frac{3}{28}$ ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{5}{28}$

2

$\frac{12\times30}{7!}=$



$\frac{12}{7\cdot4\cdot3\cdot2}=\frac{1}{14}$

$2\times3\times2$

6 4 7

$2\times(\; 3\times2 + 3\times2 + 2\times3\times2 \;)$

6, 7 배치

$6\;4\;7\;\_\;5\;\_\;\_\;\_ = 12\times6$

6 4 7 5

6 4 7

(×1

5 6 4 7

6 4 7

5 4 □ 6 or 7

$2\times2\times4\times3\times3! =$

24×12

$\_\;5\;4\;6\;\_\;\_\;\_$

5 4 6

5 4 6

5 4 6

18. 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x_2 > \frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2 - y_1 < x_2 - x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2} < y_1y_2 < 1$

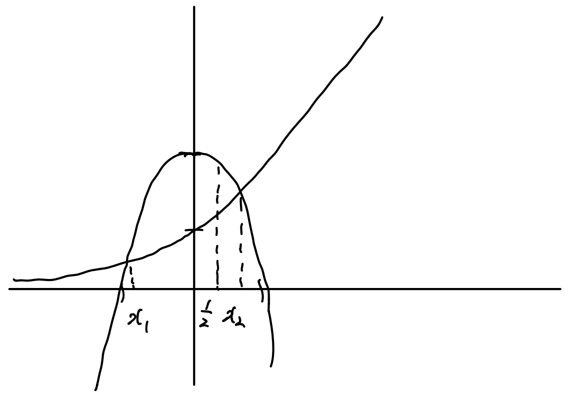
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5

12

6

36



ㄱ. $2^{\frac{1}{2}} < -2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2+2 \Rightarrow \sqrt{2} < \frac{3}{2}$

ㄴ. $-2x_2^2+2x_1^2 < x_2 - x_1 \quad (x_2 > x_1)$

$-2\cancel{(x_2-x_1)}(x_2+x_1) < \cancel{x_2-x_1}$

$x_1+x_2 > -\frac{1}{2}$

$-1 < x_1 < 0,\ \frac{1}{2} < x_2 \Rightarrow x_1+x_2 > -\frac{1}{2}$

ㄷ. $y_1y_2 = 2^{x_1+x_2}$

$-\frac{1}{2} < x_1+x_2 < 0$

$\frac{1}{\sqrt{2}} < 2^{x_1+x_2} < 1$

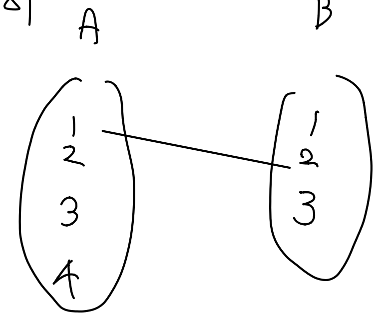
이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

19. 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4\}$, $B=\{1, 2, 3\}$에 대하여 A에서 B로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

$f(1) \geq 2$이거나 함수 f의 치역은 B이다.

① $\frac{16}{27}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{20}{27}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{8}{9}$

총 함수 f : $3^4=81$



④

$f(1)\geq 2$ $2\times 3^3=54$

f 치역 B $(2,1,1)$ $3\times {}_4C_2\times {}_2C_1=$
36

$f(1)\geq 2$, f 치역 B $2\times\left[3\times 2 + 2\times {}_3C_2\right]$
$=24$

$\frac{54+36-24}{81}=\frac{66}{81}=\frac{22}{27}$

20. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=3$, $\overline{AC_1}=2$이고 $\angle B_1AC_1=\frac{\pi}{3}$인 삼각형 AB_1C_1이 있다. $\angle B_1AC_1$의 이등분선이 선분 B_1C_1과 만나는 점을 D_1, 세 점 A, D_1, C_1을 지나는 원이 선분 AB_1과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_2라 할 때, 두 선분 B_1B_2, B_1D_1과 호 B_2D_1로 둘러싸인 부분과 선분 C_1D_1과 호 C_1D_1로 둘러싸인 부분인 ◬ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

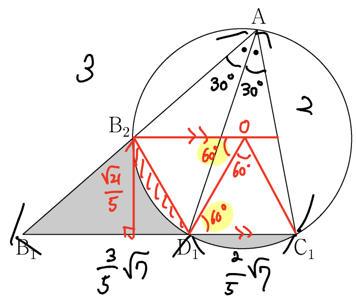
그림 R_1에서 점 B_2를 지나고 직선 B_1C_1에 평행한 직선이 두 선분 AD_1, AC_1과 만나는 점을 각각 D_2, C_2라 하자. 세 점 A, D_2, C_2를 지나는 원이 선분 AB_2와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B_3이라 할 때, 두 선분 B_2B_3, B_2D_2와 호 B_3D_2로 둘러싸인 부분과 선분 C_2D_2와 호 C_2D_2로 둘러싸인 부분인 ◬ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]

$\overline{B_1C_1}^2=9+4-6=7$

$\overline{B_1C_1}=\sqrt{7}$

R_1

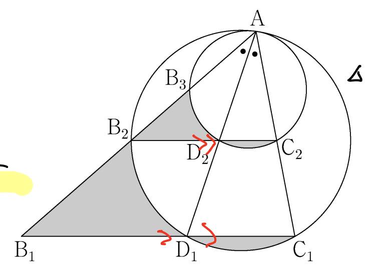


$\triangle AB_1C_1=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$\overline{AB_2}:\overline{AB_1}$
$\parallel$
$35\ \frac{3}{7}-\frac{1}{5}:\frac{3}{7}$
$\parallel$
$8:15$

$\triangle AB_1C_1$ 높이 : $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$

R_2



⋮ ⋮

①

① $\frac{27\sqrt{3}}{46}$ ② $\frac{15\sqrt{3}}{23}$ ③ $\frac{33\sqrt{3}}{46}$ ④ $\frac{18\sqrt{3}}{23}$ ⑤ $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

$23\times 7=161$

$S_1=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{21}}{5}\times\frac{3\sqrt{7}}{5}=\frac{21\sqrt{3}}{50}$

$\frac{\frac{21\sqrt{3}}{50}}{1-\frac{64}{225}}=\frac{\frac{21\sqrt{3}}{50}}{\frac{161}{225}}=\frac{21\sqrt{3}}{50}\times\frac{225}{161}=\frac{27\sqrt{3}}{46}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n = \log_2\sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$$

이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은? [4점]

① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

4

$$\sum_{n=1}^{m} a_n = \log_2\left\{(\sqrt{2})^m \times \sqrt{\frac{2}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\times\cdots\times\frac{\cancel{m+1}}{m+2}}\right\}$$

$$= \frac{m}{2} + \frac{1}{2}\log_2\frac{2}{m+2}$$

$$= \frac{m}{2} + \frac{1}{2}\left(1-\log_2(m+2)\right)$$

$$= \frac{m+1-\log_2(m+2)}{2}$$ 짝수

$m=2^k-2 \ (k\geq 2)$

$m+1-\log_2(m+2) = 2^k-k-1$ 짝수

$\Downarrow$

k 홀수

$2^k-k-1\leq 200$

$k=3, 5, 7$

$m=6, 30, 126$

단답형

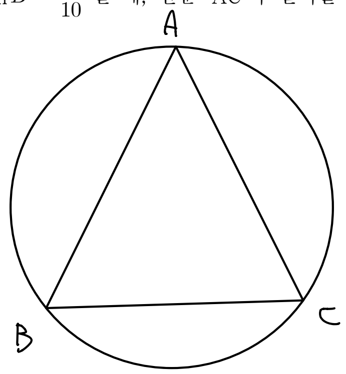
22. 다항식 $(1+2x)^4$의 전개식에서 x^2의 계수를 구하시오. [3점]

$${}_4C_2\,(2x)^2\,(1)^2$$

$$= 6\times 4 = 24$$

24

23. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서 $\sin B = \frac{7}{10}$일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]



$$30 = \frac{\overline{AC}}{\sin B}$$

$$\overline{AC} = 21$$

21

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

24. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=9$, $a_2=3$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=a_{n+1}-a_n$$

을 만족시킨다. $|a_k|=3$을 만족시키는 100 이하의 자연수 k의 개수를 구하시오. [3점]

33

$a_n + a_{n+2} = a_{n+1}$

$a_1 = 9$

$a_2 = 3$

$a_3 = -6$

$a_4 = -9$

$a_5 = 3$

$a_6 = 12$

$a_7 = 9$

$a_8 = -3$

$a_9 = -12$

$a_{10} = -9$

$a_{11} = 3$

$a_{12} = 12$

$k = 3m-1$

$(m \geq 1)$

$k = 3\times1-1$

⋮

$3\times33-1$

25. 곡선 $x^3-y^3=e^{xy}$ 위의 점 $(a, 0)$에서의 접선의 기울기가 b일 때, $a+b$의 값을 구하시오. [3점]

$a^3 = 1$ $a=1$

$3x^2 - 3y^2y' = (y+xy')e^{xy}$

$b = 3 = y'$

4

26. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_k=-16$, $S_{k+2}=-12$를 만족시키는 자연수 k에 대하여 a_{2k}의 값을 구하시오. [4점]

$S_{k+2} - S_k = 4$

$a_{k+2} + a_{k+1}$

$2a_{k+1} + 2 = 4$

$a_{k+1} = 1$ $a+2k=1$

$S_{k+2} = \frac{(a_1+a_{k+1})(k+2)}{2} = -12$

$(a+3)(k+2) = -24$

$(4-2k)(k+2) = -24$

$(k-2)(k+2) = 12$

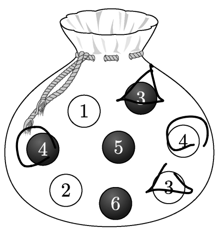
$k^2 = 16$ $k=4, a=-7$

7

$a_8 = -7+2\times7 = 7$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 있을 때, 꺼낸 공 중 검은 공이 2개일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$\frac{\dfrac{2\times{}_3C_1\times{}_3C_1-1}{{}_8C_4}}{\dfrac{2\times{}_6C_2-1}{{}_8C_4}}=$$

$$\frac{17}{29}$$

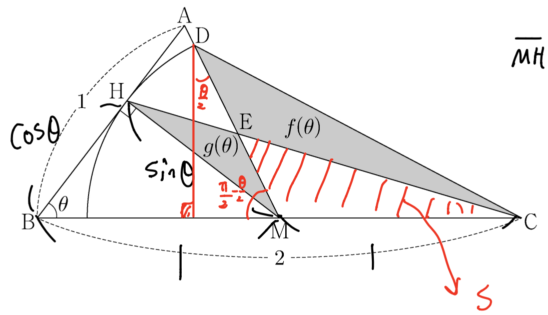
46

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가 $\overline{MH}$인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자. $\angle ABC=\theta$라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta^3}=a$일 때, $80a$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]

15



$\overline{MH}=\sin\theta$

$f(\theta)+S=\frac{1}{2}\times1\times\sin\theta\cos\frac{\theta}{2}$

$g(\theta)+S=\frac{1}{2}\times1\times\cos\theta\sin\theta$

$$\frac{1}{2}\lim_{\theta\to0}\frac{\sin\theta\left(\cos\frac{\theta}{2}-\cos\theta\right)}{\theta^3}$$

$\cos\theta=2\cos^2\frac{\theta}{2}-1$

$$=\frac{1}{2}\times1\lim_{\theta\to0}\frac{\left(2\cos\frac{\theta}{2}+1\right)\left(1-\cos\frac{\theta}{2}\right)}{\theta^2}$$

$$=\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{16}$$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

수학 영역(가 형)

29. 검은색 볼펜 1자루, 파란색 볼펜 4자루, 빨간색 볼펜 4자루가 있다. 이 9자루의 볼펜 중에서 5자루를 선택하여 2명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

검 파 빨

$a+b=1$, $a, b \geq 0$

$a'+b'=4$, $a', b' \geq 0$

검 파 빨	
(1 4 0)	${}_2C_1 \times {}_5C_1 = 10$
(1 3 1)	${}_2C_1 \times {}_4C_1 \times {}_2C_1 = 16$
(1 2 2)	${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 18$
(1 1 3)	${}_2C_1 \times {}_2C_1 \times {}_4C_1 = 16$
(1 0 4)	${}_2C_1 \times {}_5C_1 = 10$
(0 4 1)	${}_5C_1 \times {}_2C_1 = 10$
(0 3 2)	${}_4C_1 \times {}_3C_1 = 12$
(0 2 3)	${}_3C_1 \times {}_4C_1 = 12$
(0 1 4)	${}_2C_1 \times {}_5C_1 = 10$

114

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$는 $0 \leq x < 3$일 때 $f(x) = |x-1| + |x-2|$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3) = f(x)$를 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

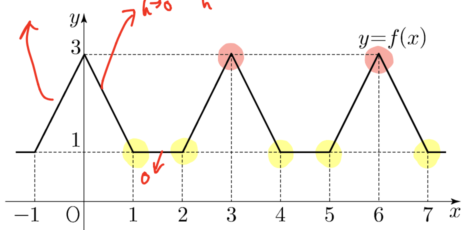
$$g(x) = \lim_{h \to 0+} \left| \frac{f(2^{x+h}) - f(2^x)}{h} \right| = \left| f'(2^{x+}) \, 2^{x+} \ln 2 \right|$$

이라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 불연속인 a의 값 중에서 열린구간 $(-5, 5)$에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ (n은 자연수)라 할 때,

$n + \sum_{k=1}^{n} \frac{g(a_k)}{\ln 2}$의 값을 구하시오. [4점]

331

$\lim_{h \to 0} \frac{f(2^{x+h}) - f(2^x)}{h}$ $\lim_{h \to 0} \frac{f(2^x) - f(2^{x-h})}{h}$



$\{f(2^x)\}' \quad f'(2^x)\, 2^x \ln 2$

$g(x)$ 불연속 지점 $\Rightarrow$ $f'(2^{x+})$의 불연속 지점 중

$2^x = 3k$ (k는 자연수)

제외한 지점

$-5 < x < 5 \Rightarrow \frac{1}{32} < 2^x < 32$

$n = 31 - 10 = 21$

$g(a_1) = 0$, $g(a_3) = 0$, $\cdots$ $g(a_{21}) = 0$

$g(a_2) = 2\ln 2 \times 2$, $g(a_4) = 2\ln 2 \times 5$ $\cdots$

$$\sum_{k=1}^{21} \frac{g(a_k)}{\ln 2} = 2\sum_{m=1}^{10} (3m-1) = 2 \times \left(3 \times \frac{10 \times 11}{2} - 10\right) = 310$$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

$21 + 310 = 331$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.