

제 2 교시

수학 영역(나형)

출수형

5지선다형

1. $2^6 \times 2^{-3}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. $\left(x + \frac{2}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 상수항은? [2점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

3. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + 2}{x - 2} = b$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

4. 두 양수 a, b 에 대하여 $\log ab = 3$, $\log_2 a = \log_4 b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{100}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ 1 ④ 10 ⑤ 100

5. 좌표평면에 있는 곡선 $y = x^3 - x^2 + 4x$ 위의 점 $(1, 4)$ 에서 그은 접선의 x 절편은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_6 = 10$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 a_k$ 의 값은?

[3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

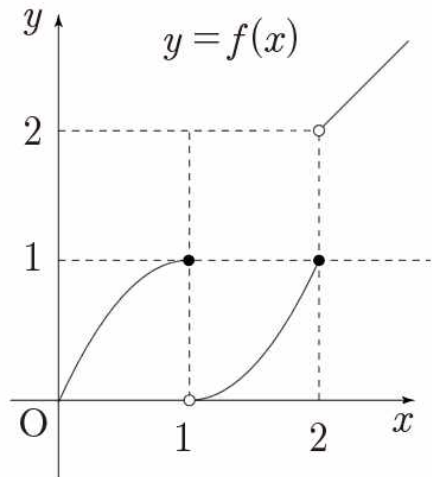
7. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A|B) = \frac{1}{2}, \quad \frac{P(A \cap B^c)}{P(B \cap A^c)} = 2$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

8. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프의 일부분이 그림과 같다.



모든 실수 x 에 대하여 $f(x)=f(-x)$ 일 때,

$\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

9. 주사위를 2번 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때,

$a^b \geq 5$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{18}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{11}{18}$ ⑤ $\frac{13}{18}$

10. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^4 \geq 4x+k$ 가 성립하도록 하는 실수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

11. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_3 a_5 = 1, \sum_{n=1}^8 \log_2 a_n = 3$$

을 만족시킬 때, a_{12} 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 32 ③ 48 ④ 64 ⑤ 76

12. 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(3)}{x - 1} = 2$$

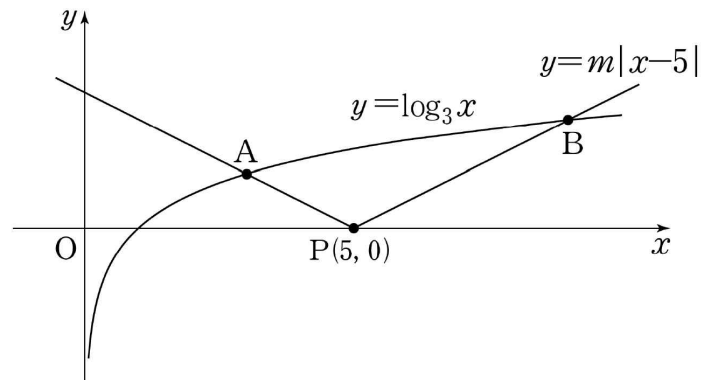
일 때, $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

13. $\sum_{k=1}^{11} (k \times |k-10|)$ 의 값은? [3점]

- ① 143 ② 154 ③ 165 ④ 176 ⑤ 187

14. 곡선 $y = \log_3 x$ 와 함수 $y = m|x-5|$ 의 그래프가 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. 점 $P(5, 0)$ 에 대하여 $\overline{PB} = 2\overline{PA}$ 일 때, 양수 m 의 값은? [4점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

15. 기대가 주머니에 있는 0, 1, 2가 각각 적힌 카드 3장 중 하나를 임의로 고른 후 갖고 있던 1이 적힌 카드 2장, 2가 적힌 카드 1장과 함께 일렬로 나열하여 자연수를 만들 때, 만들 수 있는 네 자리 자연수의 개수는? (단, 1장의 카드에는 하나의 숫자만 적혀있다.) [4점]

- ① 17 ② 19 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

16. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_{n+1} = \begin{cases} (-1)^n a_n - 5 & (n < 5) \\ 2a_n & (n \geq 5) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^m a_k > 53$ 을 만족시키는 자연수 m 의 최솟값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

17. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시작 t ($t > 0$)에서의 속도가 각각 $t^2 - 2t - 3$, $-at^2 + 3at$ 이고 $t=0$ 일 때 두 점 P, Q 사이의 거리가 27이다. 움직이는 두 점 P, Q가 한 번도 만나지 않도록 하는 모든 자연수 a 의 개수는? (단, $t=0$ 일 때 점 P는 점 Q보다 오른쪽에 있다.) [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

18. 각 공에 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적혀있는 공 12개가 상자에 들어있다. 상자에서 하나의 공을 뽑아 공에 적힌 숫자를 확인하고 다시 집어넣는 시행을 두 번 할 때, 첫 시행에서 확인한 숫자를 a 라 하고 다음 시행에서 확인한 숫자를 b 라 하자. $7 \leq n \leq 12$ 인 자연수 n 에 대하여 $a+b \leq n$ 일 때 $ab < 6$ 일 확률을 p_n 이라 하자. 다음은 $\sum_{k=7}^{12} p_k$ 의 값을 구하는 과정이다.

$ab < 6$ 을 만족시키는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 최댓값은 (가) 이다.

따라서 $7 \leq n \leq 12$ 일 때 $ab < 6$ 를 만족시키는 a, b 는 $a+b \leq n$ 도 항상 만족시킨다.

$a+b \leq n$ 을 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는 음이 아닌 정수 c 에 대하여 $a+b+c=n$ 을 만족시키는 순서쌍 (a, b, c) 의 개수와 같고, 이러한 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는 (나) 이다.

따라서 $p_n =$ (다) (단, $7 \leq n \leq 12$) 이고

$$\sum_{k=7}^{12} p_k = \frac{5}{3} \text{ 이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 숫자를 p 라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 할 때, $f(p+2) \times g(p+1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{35}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 15 ④ $\frac{50}{3}$ ⑤ $\frac{55}{3}$

19. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍 (x, y, z) 의 개수는? [4점]

(가) $x+y+z=26$

(나) x, y, z 를 4로 나눈 나머지의 합은 2이다.

- ① 108 ② 114 ③ 120 ④ 126 ⑤ 132

20. $0 < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 좌표평면에서 두 곡선

$y = a^x \cos x$ ($0 \leq x \leq 2\pi$)와 $y = \sin x$ 이 만나는 두 점을 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

—<보 기>—

ㄱ. $a^{x_1} = \tan x_1$

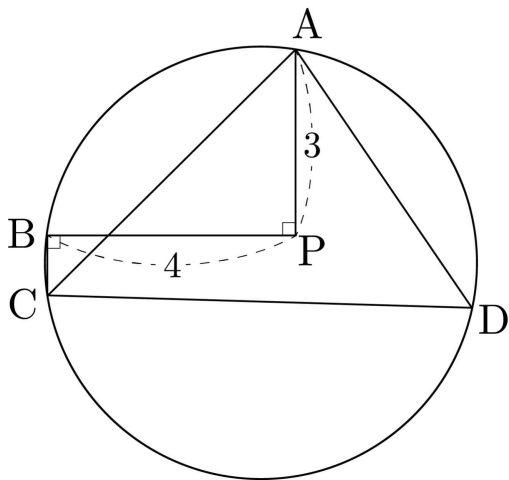
ㄴ. $x_1 < \frac{\pi}{4}$

ㄷ. $y_1 - y_2 < \sqrt{2}$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 그림과 같이 넓이가 $\frac{25}{2}\pi$ 인 원 O 위의 점 A, B, C, D 와 원 O 의 내부의 점 P 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AP}=3, \overline{BP}=4$
- (나) $\angle APB = \angle PBC = 90^\circ$
- (다) 삼각형 ACD 의 넓이는 14이다.



사각형 $ABCD$ 의 둘레의 길이는? [4점]

- ① 16
- ② 17
- ③ 18
- ④ 19
- ⑤ 20

단답형

22. ${}_3\Pi_3$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $y=2^{x+2}-a$ 의 그래프가 제2사분면을 제외한 모든 사분면을 지나기 위한 자연수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

24. 삼차함수 $f(x) = x^3 - ax^2 + 2ax + 1$ 의 극값이 존재하지 않도록 하는 정수 a 의 개수 구하시오. [3점]

26. 좌표평면에 있는 곡선 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 S 이다. $30S$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6개의 공이 들어있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공에 1 또는 6이 적힌 공이 포함될 확률은 p 이다. $50p$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여
 $(x-1)f(x) = x^3 + ax + b$ 이다. (단, a, b 는 상수)
 (나) $f(1) = 9f'(0)$

28. 구간 $[0, 2\pi]$ 에서 곡선 $y = 6\sin(nx)$ 와 직선 $y = n$ 이 만나는 모든 교점들의 x 좌표의 합이 6π 이하가 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 파란 공 5개와 숫자 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 빨간 공 3개가 들어 있는 주머니에서 3개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수들을 모두 더한다. 더한 결과가 8 이상일 때, 꺼낸 공 중 빨간 공이 적어도 하나 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 와 양수 a 에 대하여 함수 $g(x) = (x-a) \int_0^x f(t)dt$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\{x | f(x) = 0, x > 0\} = \{2a\}$
 (나) 방정식 $g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 점들의 x 좌표의 합이 6일 때, $g(7)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.