

2018/10/10

기출 변형 1문제

[기출문제] - 2017학년도 수능 가형

30. $x > a$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.
(단, a 는 상수이다.)

- (가) $x > a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(x-a)f(x) = g(x)$ 이다.
- (나) 서로 다른 두 실수 α, β 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 $x = \alpha$ 와 $x = \beta$ 에서 동일한 극댓값 M 을 갖는다.
(단, $M > 0$)
- (다) 함수 $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수는 함수 $g(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수보다 많다.

$\beta - \alpha = 6\sqrt{3}$ 일 때, M 의 최솟값을 구하시오. [4점]

[변형문제]

$x \geq 0$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $0 \leq x \leq 1$ 일 때, $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수의 그래프의 일부이다.
- (나) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = \frac{f(x)}{x}$ 이다.
- (다) 함수 $f(x)$ 는 $x=1$ 에서 극댓값 M 을 갖는다.
(단, $M > 0$)
- (라) 함수 $f(x)$ 는 M 이외의 극댓값을 가지지 않는다.

M 이 최소일 때, $\int_0^M f(x)dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]