

110615 N제

- For 2019

수학 나형



110615 N제

발행일 : 2018년 6월 18일

펴낸이 : 110615 (110615@naver.com)

표지 제작 : PenPoint (포만한 수학연구소)

본 문제지에 대한 저작권은 110615 (110615@naver.com) 에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 상업적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 저작권법에 따라 금지되어 있습니다.

미적분 I

1. 함수 $f(x) = -4x^3 + 6x - 1$ 과 실수 m 에 대하여 방정식

$$\int_0^x f(t) dt = mx$$

를 만족시키는 x 의 최솟값과 최댓값을 각각

$g_1(m)$, $g_2(m)$ 이라 하고, $g_1(m) < c < g_2(m) + 1$ 일 때,

$$\frac{\int_0^{g_2(m)} f(t) dt - \int_0^{g_1(m)} f(t) dt}{g_2(m) - g_1(m)} = f(c)$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 c 의 개수를 $h(m)$ 이라 하자. 함수 $h(m)$ 이 $m = k$ 에서 불연속인 모든 실수 k 의 값의 합은 $\sqrt{a} - b$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단, a , b 는 자연수이다.) [4점]

2. 최고차항의 계수와 극댓값이 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(3, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = x^2 - 7$ 에 접할 때, $f(2)$ 의 값은? (단, $f(0)$ 의 값은 정수이다.) [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

3. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = (x+1)f(x)$$

이고, 일차함수 $h(x)$ 와 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) - g(x) = 0$ 이다.
 (나) $f(0) > 0$
 (다) 함수 $|h(x)f(x)|$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

함수 $f(x)$ 가 $x = h(0)$ 에서 극댓값 32를 가질 때, $-f(h(5))$ 의 값을 구하시오. [4점]

4. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $||f(x) - t|$ 의 미분가능하지 않은 모든 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

(가) $f'(x) = 3x(x-2)$

(나) $\lim_{t \rightarrow 1^-} g(t) - \lim_{t \rightarrow 3^+} g(t) > 2$, $\lim_{t \rightarrow 1^+} g(t) = \lim_{t \rightarrow 3^-} g(t)$

(다) 방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근은 정수가 아니다.

- ① 47 ② 48 ③ 49 ④ 50 ⑤ 51

5. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{3}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을

만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은?

(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4점]

- (가) $\lim_{x \rightarrow -3^+} [f'(x)] \times \lim_{x \rightarrow (-1+\sqrt{5})^+} [f'(x)] = -1$
 (나) $\lim_{x \rightarrow -3^-} [f'(x)] = \lim_{x \rightarrow (-1+\sqrt{5})^-} [f'(x)] = 0$
 (다) $x \geq 0$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 0이다.

- ① 23 ② 27 ③ 31 ④ 35 ⑤ 39

6. 함수 $f(x)$ 가 실수 k 에 대하여

$$f(x) = \{2x^3 - 3(k+1)x^2 + 6kx\}^2$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 극대 또는 극소가 되는 x 의 개수가 3이고, 함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극솟값을 갖도록 하는 k 의 최솟값은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

7. 실수 a, b 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + ax$$

이다. $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값이 각각 $f(0), f\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값과 같고, 구간 $[-1, 2]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 12일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

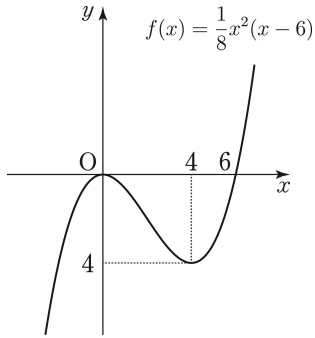
- ① -2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ -10

8. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값으로 가능한 모든 값의 합은? [4점]

- (가) 최고차항의 계수는 1이다.
 (나) $f'(1) = 0$
 (다) 직선 $y = x + f(0)$ 은 곡선 $y = f(x)$ 와 서로 다른 두 점에서만 만난다.

- ① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

9. 함수 $f(x) = \frac{1}{8}x^2(x-6)$ 에 대하여 함수 $|f(|x|-a)+b|$ 의 미분가능하지 않은 모든 점의 개수가 5 또는 7이 되도록 하는 정수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수는? (단, $a \leq 4$) [4점]



- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

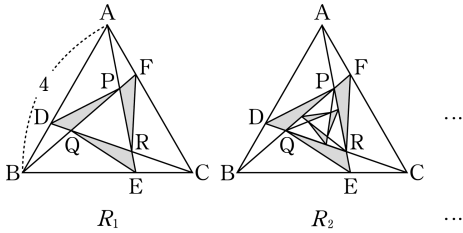
10. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

(가) 미분가능한 함수 $f(|x|)$ 는 최솟값이 $\frac{5}{16}$ 이다.
 (나) 함수 $|f(x)-2|$ 는 오직 $x=a(a < 0)$ 에서만 미분가능하지 않다.

- ① $\frac{29}{16}$ ② $\frac{15}{8}$ ③ $\frac{31}{16}$ ④ 2 ⑤ $\frac{33}{16}$

11. $\overline{AB}=4$ 인 정삼각형 ABC 가 있다. 그림에서 \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} 를 2:1로 내분하는 점을 각각 D , E , F , \overline{AE} 와 \overline{BF} , \overline{BF} 와 \overline{CD} , \overline{CD} 와 \overline{AE} 가 서로 만나는 점을 각각 P , Q , R 라 하고, 세 삼각형 PQD , QRE , RPF 에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 정삼각형 PQR 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ② $\sqrt{3}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ④ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4}$

12. 최고차항의 계수가 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-2, f(-2))$ 에서의 접선을 $g(x)$ 라 하자. $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f(-2) < 4$, $f(0) < 0$
- (나) 직선 $y=g(x)$ 의 기울기는 음의 정수, y 절편은 양의 정수이다.
- (다) 방정식 $f(x)=0$ 의 실근은 정수이다.

- ① -3
- ② -5
- ③ -7
- ④ -9
- ⑤ -11

13. 최고차항의 계수가 1이고 모든 항의 계수가 정수인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f'(1)=12$
 (나) 구간 $(-3, 0)$ 에서 극댓값, 극솟값을 모두 갖는다.

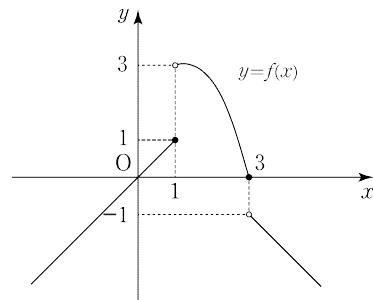
- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

14. 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ -(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) & (1 < x \leq 3) \\ -x+2 & (x > 3) \end{cases}$$

이다. $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 -9 인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(5)$ 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $g(f(x))$ 는 한 점에서만 불연속이다.
 (나) $g'(3)=g'(a)=0$ ($a > 0, a \neq 3$)

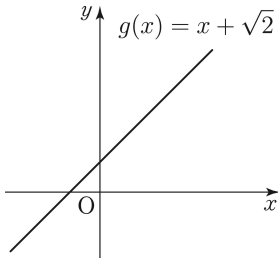


- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

15. 사차함수 $f(x)$ 가 두 점 $(0, 0)$, $(4, 4)$ 을 지나고, 직선 $g(x) = x + \sqrt{2}$ 에 대하여 집합

{ t | 직선 $y = g(x)$ 와 점 $(t, f(t))$ 사이의 거리는 1 이하이다.}

의 원소의 개수가 2이다. 두 방정식 $f(x) = 0$ 과 $f'(x) = 1$ 을 모두 만족시키는 실수 x 의 개수가 2일 때, $f(x)$ 의 최고차항의 계수는? [4점]



- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{8}$ ④ $-\frac{1}{16}$ ⑤ $-\frac{1}{32}$

16. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이고 극값이 존재하는 삼차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(3)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 구간 $[k, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값 중 작지 않은 값을 $h(k)$ 라 할 때 $h(2) = f(2)$ 이고, $h'(2)$ 의 값이 존재한다.

(나) $h'(2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{f'(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$

- ① 195 ② 225 ③ 255 ④ 285 ⑤ 315

17. 정사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=6$ 이고, 점 E는 선분 AD의

중점이다. 그림과 같이 정사각형 ABCD의 외부에 점 F를 $2\overline{EF}=\overline{AD}$, $\angle FAE=45^\circ$ 가 되도록 그리고 선분 EA와 선분 ED를 1:2로 내분하는 점을 각각 G, H라 하자.

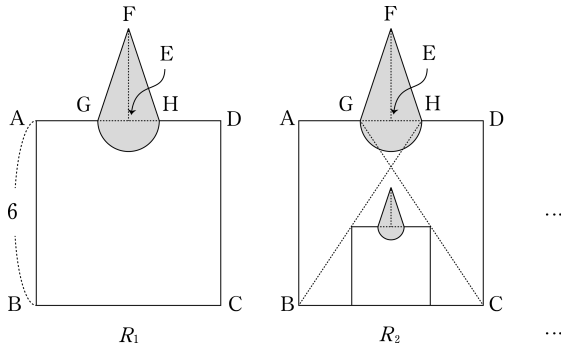
지름이 선분 GH인 반원을 정사각형 ABCD의 내부에 그리고 선분 GF, 선분 HF, 호 GH로 둘러싸인 부분인

모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 BH, 선분 CG, 정사각형 ABCD로 둘러싸인 삼각형 중 큰 삼각형의 내부에 두 꼭짓점이 삼각형의 두 변 위에 있고 한 변이 선분 BC 위에 있도록 정사각형을 그리고 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로

만들어지는 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{49\left(3+\frac{\pi}{2}\right)}{10}$ ② $\frac{49\left(3+\frac{\pi}{2}\right)}{20}$ ③ $\frac{49\left(3+\frac{\pi}{2}\right)}{30}$
 ④ $\frac{49\left(3+\frac{\pi}{2}\right)}{40}$ ⑤ $\frac{49\left(3+\frac{\pi}{2}\right)}{50}$

18. 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 네 집합

$$A = \{t \mid f(t) = t - 2\}$$

$$B = \{t \mid f(t) = -t + 2\}$$

$$C = \{t \mid f(t) = t - 2 \text{ 또는 } f(t) = -t + 2\}$$

$$D = \{t \mid f(t) = t\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점] 1)

- (가) 집합 A와 집합 B의 원소의 개수는 1이 아니다.
 (나) 집합 C와 집합 D의 원소의 개수는 3이다.

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

19. 함수 $f(x) = \frac{a}{3}x^3 + \frac{b-a}{2}x^2 - bx$ ($a > 0$)이다. 실수 t 에 대하여 함수 $|f(x)+t|$ 의 미분가능하지 않은 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. t 에 관한 방정식 $2g(t) = mt + 6$ 이 실근을 갖도록 하는 실수 m 의 최솟값이 -1 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]
- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

20. 삼차함수 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 $-\frac{1}{3}$ 이고, $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x) = x$ 의 두 실근이 a, b 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $a < b$) [4점]

— <보 기> —

ㄱ. $b = 0$ 이면 $f'(2) < 0$ 이다.

ㄴ. $a + b = ab$ 이면 $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극값을 갖는다.

ㄷ. $f'(1) > 1$ 이고 $ab > 0$ 이면 $f(a) < f(b)$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = x^3 - f(1)x^2 + f(2)$$

이다. 실수 t 에 대하여 점 $(0, t)$ 에서 곡선 $y = f(x)$ 에 그은 접선의 개수가 2 이상일 때, t 의 최솟값은? [4점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

22. 최고차항의 계수가 1이고 극댓값이 -1 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $f'(0) = -1$

(나) 방정식 $f'(|x|) = f(1)$ 은 오직 한 실근을 갖는다.

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

23. 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 3(x^2 - 1)$$

이다. 실수 a 에 대하여 구간 $[a, a+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값과 최댓값의 곱을 $g(a)$ 라 하자. 방정식 $g(a) = 0$ 의 실근이 무수히 많고 $g(a) = 0$ 을 만족시키는 a 의 최솟값이 -3 일 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

24. 최고차항의 계수와 극댓값이 1이고 $f(3) > 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

- (가) $f(2) = 0$
 (나) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선이 곡선 $y = x^2 - 7$ 에 접한다.
 (다) $f'(3)$ 의 값은 6이 아닌 자연수이다.

- ① 30 ② 33 ③ 36 ④ 39 ⑤ 42

25. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2)=1$ 이고, 최고차항의 계수가 a ($a^2 \geq 64$)인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 $ag(0)=-8$ 이다. $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-2)$ 의 값은? [4점]

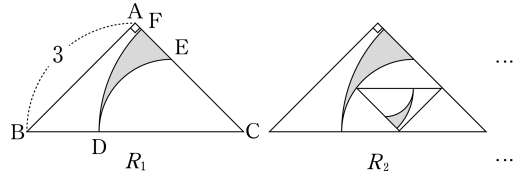
- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $(x+1)g(x)=(1-x)g(-x)$ 이다.
- (나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)g(x) \leq 0$ 이다.
- (다) 함수 $f(x)g(x)$ 의 극값의 개수는 1이다.

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

26. 그림과 같이 $A=90^\circ$, $\overline{AB}=3$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. 선분 BC 를 1:2로 내분하는 점을 D , 선분 CD 를 지름으로 하는 원이 삼각형 ABC 와 만나는 점 중에서 D 가 아닌 점을 E , 선분 CD 를 반지름으로 하고 중심이 C 인 원이 삼각형 ABC 와 만나는 점 중에서 D 가 아닌 점을 F 라 하고, 호 DE , 호 DF , 선분 EF 로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 DE 와 삼각형 ABC 로 둘러싸인 부분에 내접하는 직각이등변삼각형을 작은 선분이 선분 AB 와 평행 또는 수직이 되도록 그린다. 이 삼각형에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로 호를 그리고 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{25(\pi-2)}{42}$ ② $\frac{13(\pi-2)}{21}$ ③ $\frac{9(\pi-2)}{14}$
 ④ $\frac{3(\pi-2)}{2}$ ⑤ $\frac{29(\pi-2)}{42}$

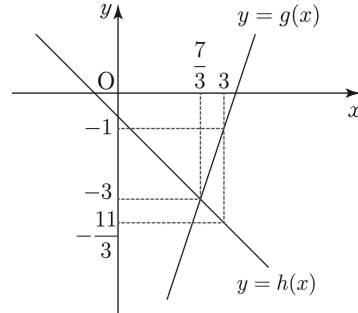
27. 함수 $f(x) = 4x^3 - 3ax^2$ ($a > 0$)와 상수 b 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_b^x f(t) dt$$

라 하자. $y = g(x)$ 의 그래프가 $x = 3$ 에서 x 축에 접할 때, $g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

28. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(3, -1)$, $(1, f(1))$ 에서의 접선을 각각 $g(x)$, $h(x)$ 라 할 때, 두 함수 $y = g(x)$ 와 $y = h(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$ 에서의 접선이 $y = g(x)$ 의 그래프와 평행할 때, $f(x)$ 의 극솟값은? [4점]

- ① $-\frac{7}{3}$ ② -2 ③ $-\frac{5}{3}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ -1

29. 최고차항의 계수가 1이고 $x=-5$ 에서 최솟값을 가지는 이차함수 $f(x)$ 와 상수 k 에 대하여 삼차함수 $g(x)$ 의 도함수 $g'(x)$ 가

$$g'(x) = f(x-k) - f(-k) \quad (k \neq 5)$$

이다. $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-3)$ 의 값은? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $g'(2+x)g'(2-x) \geq 0$ 이다.
 (나) 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(3, g(3))$ 에서의 접선의 x 절편은 k 이다.

- ① -6 ② -8 ③ -10 ④ -12 ⑤ -14

30. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int f(x) dx$$

라 하자. $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(x)$ 의 최고차항의 계수는? [4점]

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 이다.
 (나) $0 < a < b < 2$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b f(x) dx > 0$$

 이고, $2 < c < d$ 인 모든 실수 c, d 에 대하여

$$\int_c^d f(x) dx < 0$$

 이다.
 (다) $g(0) = g(-2) - g(0) = 4$

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

31. 양수 k 에 대하여 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(x)=x^2(x-k)$ 이고, 상수 α 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $f(x-2)$ 가 $x=\alpha$ 에서 극값을 가진다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $A(k, 0)$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, l 과 곡선 $y=f(x)$ 이 만나는 점 중에서 점 A 가 아닌 점의 x 좌표는? [4점]
- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

32. $f(-x)=-f(x)$ 이고 극값이 존재하는 삼차함수 $f(x)$ 와 구간 $(-\infty, 0]$ 에서 정의되고 구간 $(-\infty, 0]$ 에서 연속인 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}(x-2) & (f'(x) \leq 0) \\ x+4 & (f'(x) > 0) \end{cases}$$

이다. $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은? [4점]

(가) 함수 $|f(x)-f(g(0))|$ 의 미분가능하지 않은 모든 점의 개수는 1이다.
 (나) 곡선 $y=|f(x)|$ 위의 점 $(3, f(3))$ 에서의 접선은 $(0, 27)$ 을 지난다.

- ① -72 ② 70 ③ -68 ④ 66 ⑤ -64

수학 II

33. 공차의 절댓값이 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을

만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

(가) $a_1 \times a_4 = 0$

(나) a_3 과 $a_2 - a_5$ 의 값은 양수이다.

- ① -30 ② -15 ③ 0 ④ 15 ⑤ 30

34. 공차가 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_2 의 최댓값은? [3점]

x 에 관한 부등식 $(a_{10} - 2^7)x > a_1$ 의 해는 모든 실수이다.

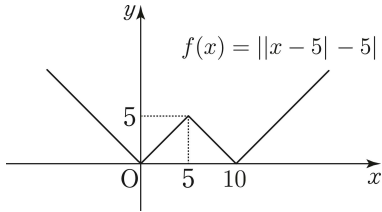
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

35. 11 이하의 자연수 a, b 에 대하여 두 함수

$$f(x) = ||x-5|-5|$$

$$g(x) = \frac{b}{x-a} + 3$$

의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수가 5가 되도록 하는 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]



36. 공차가 1이고 $a_1 \neq 16$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^9 \sqrt{(a_n)^2} = 4(a_7 + a_8)$$

일 때, a_{20} 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

37. a_1 이 20 이하의 정수이고 공차가 -2 이며

$$\frac{\sqrt{a_5}}{\sqrt{a_{20}}} + \sqrt{\frac{a_5}{a_{20}}} = 0$$

을 만족시키는 모든 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 값으로 가능한 모든 값의 개수는? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

38. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 a_k = 111 \quad (a_1 \neq 1)$$

을 만족시킬 때, 가능한 모든 자연수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 38 ② 43 ③ 48 ④ 53 ⑤ 58

39. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z 의 모든 순서쌍

(x, y, z) 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=4}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $x < y < z < 2n$ (단, n 은 2 이상의 자연수)

(나) x, z 는 홀수이고, y 는 짝수이다.

40. 자연수 n 에 대하여 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_n = ((n+1)^{n+5} \text{를 } (n+1)^3 - 1 \text{로 나눈 나머지})$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 639 ② 640 ③ 641 ④ 642 ⑤ 643

41. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \sqrt{x+n}$$

$$g(x) = x$$

이다. 곡선 $y=f(x)$ 와 두 직선 $y=g(x)$, $x=0$ 으로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고 x 좌표와 y 좌표가 모두 자연수인 점의 개수를 $h(n)$ 이라 할 때, $h(n)$ 의 값이 짝수가 되도록 하는 40보다 작은 n 의 개수를 구하시오. [4점]

42. 자연수 a, b, c 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \frac{b}{x-a} + c$$

이다. 네 점 $O(0, 0)$, $A(6, 0)$, $B(6, 3)$, $C(0, 3)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수를 구하시오. [4점]

곡선 $y=f(x)$ 의 점근선과 직사각형 $OABC$ 의 교점의 개수는 4이고, 곡선 $y=f(x)$ 와 직사각형 $OABC$ 의 교점의 개수는 2이다.

43. 함수

$$f(x) = \left| \frac{b}{x-a} \right| \quad (a \leq 8)$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

직선 $y = 2(x-4)$ 와 직선 $y = 2x$ 이 곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수는 각각 1, 3이다.

44. 자연수 n 에 대하여 첫째항이 1이고 공차가 1보다 큰 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, 자연수 k 의 최댓값은? [4점]

(가) $200 > a_k$

(나) 집합 $\{t \mid t \leq k \text{이고, } a_t \text{의 값은 자연수이다.}\}$ 의 원소의 개수는 10이다.

- ① 175 ② 180 ③ 185 ④ 190 ⑤ 195

45. 자연수 n, x, y 에 대하여 두 집합 A_n, B 를

$$A = \{(x, y) \mid x + 4y = 20n - 10\}$$

$$B = \{(x, y) \mid x \leq 2y\}$$

라 하자. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_n = (\text{집합 } A_n \cap B \text{의 원소의 개수})$$

일 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 745 ② 750 ③ 755 ④ 760 ⑤ 765

46. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 $a_1 = a_2 = 1, b_1 = 14$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = (a_{n+1})^2 - (a_n)^2, \quad b_{n+1} = a_n - b_n + n$$

을 만족시킨다. $b_{k+5} - b_{k+4} \neq 24 \times (-1)^k$ 를 만족시키는 50 이하의 자연수 k 의 개수를 구하시오. [4점]

확률과 통계

47. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수가 16 이상 64 이하가 되도록 하는 자연수 n 의 개수는? [4점]

(가) $x+y+z+w=15$

(나) $n-1 < x < n+2$

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

48. 다음 조건을 만족시키는 -1 이상의 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하십시오. [4점]

(가) $x+y+z+w=10$

(나) $x \geq xy$

49. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x+y+z+w=10$

(나) x, y 는 5 이하이고, z, w 는 4 이하이다.

50. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수는? [4점]

(가) $2 \leq x+y+z+w \leq 7$

(나) $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$

- ① 147 ② 148 ③ 149 ④ 150 ⑤ 151

51. 다음 조건을 만족시키는 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수가 80일 때, 정수 a 의 값은? [4점]

(가) $x + y + z + w = 10$

(나) $||x - 2| + a| \geq 2$

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ -1 ⑤ 1

110615 N제 정답표

1	80	2	①	3	243	4	⑤	5	②
6	4	7	③	8	②	9	④	10	①
11	④	12	⑤	13	④	14	①	15	③
16	②	17	④	18	⑤	19	③	20	⑤
21	④	22	⑤	23	②	24	②	25	⑤
26	①	27	③	28	①	29	①	30	①
31	③	32	①	33	①	34	③	35	18
36	④	37	②	38	⑤	39	490	40	③
41	17	42	36	43	82	44	④	45	③
46	24	47	③	48	431	49	105	50	③
51	②								