

제 2 교시

2018학년도 이장규모의고사 3월학평대비 3회

수 학 영 역 (가 형)

성명	
----	--

수험 번호						-				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형 (가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

자신을 믿는 자만이 성취할 수 있다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형의 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역(가형)

홀수형

5 지선 다형

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{3x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

2. 자연수 8을 홀수 개의 자연수로 분할하는 방법의 수는?
[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 함수 $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ 1 ④ e ⑤ $2e$

4. $\tan\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

5. $\left(x + \frac{1}{ax}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수가 $\frac{5}{3}$ 일 때, x^4 의 계수는? (단, a 는 양의 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

6. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos 2x}{x(e^{3x} - 1)} & (x < 0) \\ a + \ln(1+x) & (x \geq 0) \end{cases}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

7. 곡선 $y = \ln x + 1$ 위의 점 $(1, 1)$ 에서의 접선과 x 축과 이 곡선으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{1}{2} - \frac{1}{e}$ ② $1 - \frac{1}{e}$ ③ $2 - \frac{1}{e}$
 ④ $3 - e$ ⑤ $4 - e$

8. 부등식 $\frac{1}{8} \leq \frac{4^x}{64} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

9. $(1 + \sqrt{3} \sin \theta)(1 + \sqrt{3} \cos \theta) = 1$ 일 때, $\sin \theta \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10. 곡선 $y = 3e^{x-1}$ 과 접하고 원점을 지나는 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $\alpha + \frac{\pi}{4}$ 일 때, $\tan \alpha$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

11. 함수 $f(x)$ 가 등식

$$f(x) = \tan x + \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) dt$$

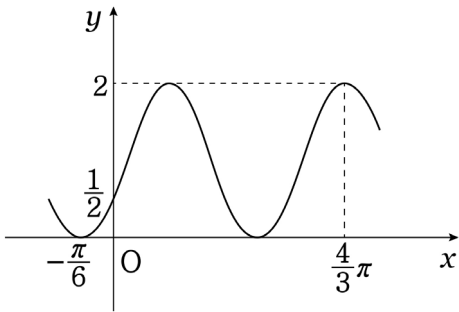
를 만족시킬 때, $2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(t) dt$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

12. 서로 다른 사탕 7개를 똑같은 접시 2개에 빈 접시가 없도록 나누어 담는 방법의 수는? [3점]

- ① 61 ② 62 ③ 63 ④ 64 ⑤ 65

13. 삼각함수 $y = a\sin(bx + c) + d$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $abcd$ 의 값은? (단, $a < 0, b > 0, \frac{\pi}{2} < c < \pi$) [4점]



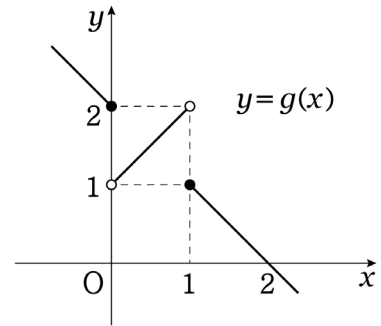
- ① $-\frac{5\pi}{3}$ ② $-\frac{4\pi}{3}$ ③ $-\pi$
 ④ $-\frac{2\pi}{3}$ ⑤ $-\frac{\pi}{3}$

14. 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & (x \leq 1) \\ \log_2(x+1) & (x > 1) \end{cases}$$

이고, 함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(g(x)) + \lim_{x \rightarrow 1^-} g(f(x))$ 의 값은? [3점]



- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

15. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

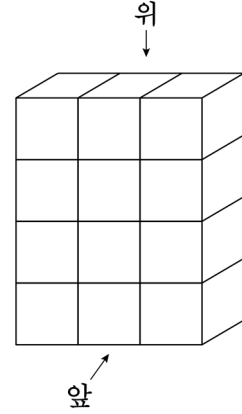
$$f(x) = \begin{cases} ae^x + b & (x < 1) \\ a + \ln x & (x \geq 1) \end{cases}$$

일 때, $\int_0^e f(x) dx$ 의 값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.)

[3점]

- ① $2 - \frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{e} + 2$ ③ $\frac{1}{e} - 2$
 ④ $\frac{2}{e} - 2$ ⑤ $\frac{2}{e} + 2$

16. 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 투명한 유리 상자 12개로 직육면체를 만들었다. 이 중에서 4개의 유리상자를 같은 크기의 검은색 유리상자로 바꾸어 넣은 직육면체를 만들 때, 다음 조건을 만족하는 경우의 수는? [4점]



(가) 직육면체를 위에서 내려다 본 모양이 와 같다.

(나) 직육면체를 앞에서 볼 때 검은색 상자끼리 가로로 이웃하지는 않는다.

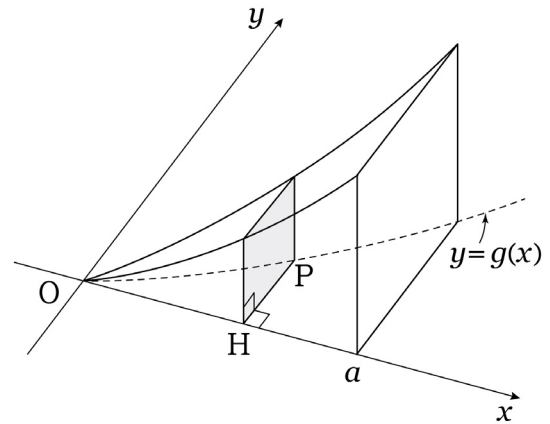
- ① 95 ② 96 ③ 97 ④ 98 ⑤ 99

17. $a+b+c=12$ 이고 $a \geq b \geq c$ 를 만족시키는 세 자연수 a, b, c 의 모든 순서쌍 (a, b, c) 의 개수는? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

18. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이

32이다. 그림과 같이 함수 $g(x) = \sqrt{3e^x - 3}$ ($x \geq 0$)의 그래프 위의 점 $P(x, g(x))$ 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 선분 PH 를 한 변으로 하는 정사각형을 x 축에 수직인 평면 위에 그린다. 점 P 의 x 좌표가 $x=0$ 에서 $x=a$ 까지 변할 때, 이 정사각형이 만드는 입체도형의 부피는? [4점]



- ① 88 ② 90 ③ 92 ④ 94 ⑤ 96

19. 함수 $f(x) = \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f'(1) = \frac{1}{2}$

ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq -\frac{1}{8}$

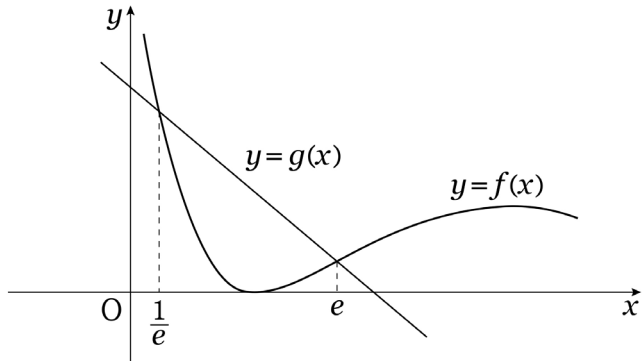
ㄷ. $0 < a < b < 1$ 일 때, $\int_a^b f(x)dx < b-a$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면에서 직선 $y=t$ 가 곡선 $y=x^3-2x^2-5x+9$ 와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수 t 에 대하여 교점의 x 좌표의 최솟값을 $f(t)$ 라 하자. 함수 $g(t) = e^{-t+3}f(t)$ 에 대하여 $g'(3)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{15}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{31}{15}$ ④ $\frac{37}{15}$ ⑤ $\frac{43}{15}$

21. 함수 $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{x}$ 과 함수 $g(x) = -x + e + \frac{1}{e}$ 의 그래프가 그림과 같다.



$a \geq \frac{1}{e^2}$ 일 때 함수 $\int_{\frac{1}{e^2}}^a f(x)dx + \int_a^{e+\frac{1}{e}} g(x)dx$ 의 극솟값은? (단, e 는 자연로그의 밑이다.) [4점]

- ① $2 + \frac{1}{e}$ ② $3 + \frac{1}{2e}$ ③ $2 + \frac{1}{e^2}$
- ④ $3 + \frac{1}{2e^2}$ ⑤ $4 + \frac{1}{3e^2}$

단 답 형

22. 방정식

$$9^{-x+13} + 8 \times 3^{-x+12} = 1$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

23. 분할의 수의 합 $P(5, 3) + S(5, 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

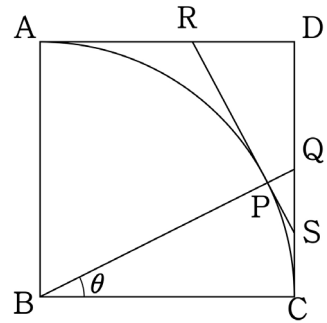
24. 정적분 $\int_{e^2}^{e^3} \frac{4(\ln x)^3}{x} dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 일 때, 함수 $f(x) = (x^2 - x + 2 - \cos^2 \theta)e^x$ 이 역함수를 갖도록 하는 θ 의 최댓값은 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

25. $x\left(2x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

27. 사과, 감, 배, 귤 네 종류의 과일 중에서 12개를 선택하려고 한다. 사과는 1개 이하를 선택하고, 감, 배, 귤은 각각 6개 이하를 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 과일끼리는 구별하지 않고, 각 종류의 과일은 10개씩 있다고 하자.) [4점]

28. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD의 내부에 점 B를 중심으로 하고 두 점 A, C를 지나는 원을 그린다. 이 원 위의 점 P가 $\angle PBC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)를 만족할 때, 이 원과 점 P에서 접하는 직선이 두 변 AD, CD와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 두 삼각형 PSQ와 RSD의 넓이를 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^2 g(\theta)} = \frac{q}{p}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



29. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$\begin{cases} x = \cos \frac{t}{2} + \frac{t}{2} \sin \frac{t}{2} \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(1, f(0))$ 으로부터 움직인 거리가 S가 될 때의 시각 t 는 $t = \sqrt{8S}$ 이고, $t = \pi$ 일 때 점 P의 가속도를 $(-a\pi, b)$ 라 할 때, $\frac{1}{ab}$ 의 값을 구하시오.
(단, $f'(\pi) > 0$) [4점]

30. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x \leq 2a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = a \cos bx$ 이다. (단, a, b 는 양수이다.)

(나) 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) + \frac{\pi}{4} \int_2^x \sqrt{4 - \{f(t)\}^2} dt = 0 \text{이다.}$$

$\pi \int_{-\frac{30}{\pi}}^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

2018학년도 이장규모의고사 3월학평대비 3회

1.	①	2.	⑤	3.	②	4.	②	5.	④
6.	②	7.	①	8.	④	9.	②	10.	④
11.	③	12.	③	13.	①	14.	④	15.	①
16.	②	17.	②	18.	⑤	19.	④	20.	③
21.	④	22.	14	23.	23	24.	65	25.	240
26.	17	27.	61	28.	17	29.	32	30.	68